COGNOME ______ NOME ______ Matr. ______

Analisi Matematica 2

7 settembre 2018

Esercizio 1. (7 punti) Determinare, se esistono, massimo assoluto e minimo assoluto in $\mathbf{R}^2$ della funzione

$$f(x,y) = 1 + \Big(x^2 + y^2 + \frac{1}{6}\Big) \log \Big(x^2 + y^2 + \frac{1}{6}\Big) .$$

Determinare inoltre, se esistono, massimo assoluto e minimo assoluto di f in

$$C = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \,|\, x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Soluzione:

Esercizio 2. (7 punti) Determinare il valore di $\beta \in \mathbf{R}$ per cui il campo vettoriale

$$\vec{F}(x,y) = \left(2x^2 + \beta y, y^2 - 4x\right)$$

è conservativo. Per tale valore di β determinare tutti i potenziali di $\vec{F}$. Calcolare inoltre, **per ogni valore di** $\beta \in \mathbf{R}$, il lavoro di $\vec{F}$ lungo la curva γ data dall'arco di circonferenza di centro $(0,0)$ e congiungente, nell'ordine, i punti $(-1,0)$ e $(0,1)$ (cioè calcolare $\int_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{r}$).

Soluzione:

Esercizio 3. (8 punti) Sia $a \in (0,1)$ e sia V_a il solido racchiuso dalle due superfici

$$S_a = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \mid z = x^2+y^2, 0 \le z \le a\}\ ,\ T_a = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 \mid z = 1-\frac{1-a}{a}(x^2+y^2), a \le z \le 1\}\,.$$

Si determini il valore del parametro a per cui il volume di V_a è uguale al volume di un cono di altezza 1 e avente per base un ellisse di semiassi 1 e 2.

Soluzione:

Esercizio 4. (8 punti) Si calcoli il flusso $\iint_T \vec{v} \cdot \vec{n}\, dS$ del campo vettoriale $\vec{v}(x, y, z) = (2x, y, z)$ attraverso il triangolo piano T di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ e $(0, 0, 1)$ (scegliendo la normale che punti verso l'alto).

Soluzione: