

**1. (6 punti)**

Sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione definita da  $f(x) = (x^2 - 2x)e^{2x}$ . Se ne disegni qualitativamente il grafico (limiti a  $+\infty$  e  $-\infty$ , segno, crescita/decrecenza), e si determini quindi l'area della regione di piano finita compresa fra il grafico di  $f(x)$  e la parabola di equazione  $y = 2x - x^2$ .

**1. (6 punti)**

Sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione definita da  $f(x) = (x^2 + 2x)e^{2x}$ . Se ne disegni qualitativamente il grafico (limiti a  $+\infty$  e  $-\infty$ , segno, crescita/decrecenza), e si determini quindi l'area della regione di piano finita compresa fra il grafico di  $f(x)$  e la parabola di equazione  $y = -x^2 - 2x$ .

**1. (6 punti)**

Sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione definita da  $f(x) = (x^2 - 1)e^{-x}$ . Se ne disegni qualitativamente il grafico (limiti a  $+\infty$  e  $-\infty$ , segno, crescita/decrecenza), e si determini quindi l'area della regione di piano finita compresa fra il grafico di  $f(x)$  e la parabola di equazione  $y = 1 - x^2$ .

**1. (6 punti)**

Sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la funzione definita da  $f(x) = (x^2 - 3x)e^{-x}$ . Se ne disegni qualitativamente il grafico (limiti a  $+\infty$  e  $-\infty$ , segno, crescita/decrecenza), e si determini quindi l'area della regione di piano finita compresa fra il grafico di  $f(x)$  e la parabola di equazione  $y = -x^2 + 3x$ .

**2. (6 punti)**

Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) - 2x \cos x}{e^{x^3} - e^{3x^3}}.$$

**2. (6 punti)**

Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x^3} - e^{-x^3}}{3x^2 e^x - x \sin(3x)} .$$

**2. (6 punti)**

Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cos(2x) - \sin(2x)}{\sin(2x) - 2xe^{x^2}}.$$

**2. (6 punti)**

Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^3} - e^{2x^3}}{3x^2 \sin(2x) - x^3 \cos(2x)} .$$

**3. (6 punti)**

Si determini la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y \sin x + \cos x \sin x \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

**3. (6 punti)**

Si determini la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y \sin x + \cos^2 x \sin x \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

**3. (6 punti)**

Si determini la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y \cos x + \cos x \sin x \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

**3. (6 punti)**

Si determini la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y \cos x + \cos x \sin^2 x \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$