

ESERCITAZIONE DI MARTEDÌ 27/10/2015

Gruppo A-L

Massimi minimi e flessi, derivata seconda, studio di funzione

Calcolare i seguenti limiti:

Esercizio 1. Sia:

$$f(x) = x^3 \left(4 - \frac{3x}{2} \right).$$

Stabilire se la funzione ammette massimi e minimi globali, relativi e flessi.

Esercizio 2. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ positiva, due volte integrabile con $f(0) = 1$, $f'(0) = 2$ e $f''(0) = 1$. Se

$$g(x) = \log(f(x)),$$

allora descrivere il grafico di $g(x)$ vicino all'origine.

Esercizio 3. Determinare il numero di soluzioni di

$$e^{x^7-7x+1} = k$$

al variare di k .

Esercizio 4. Sia:

$$g(x) = \begin{cases} |x-1|e^{-x} & \text{se } x \geq 0; \\ \frac{1}{xe^{2x}} & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Studiare la monotonia e la concavità.

Esercizio 5. Sia:

$$f(x) = ((x-1)(x-2)^2)^{1/3}$$

Determinare:

- Dominio, limiti e asintoti.
- Monotonia, punti di non derivabilità e punti stazionari
- il più grande intervallo di invertibilità contenente $x = 1$
- Disegnare $f(|x|)$.

Remark 1. Durante la lezione è stato presentato un esempio particolare di funzione avente minimo globale, ma non convessa in un intorno di tale punto:

$$g(x) = \begin{cases} x^2(2 - \sin(\frac{1}{x})) & \text{se } x \neq 0; \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$