

ESERCITAZIONE DI MARTEDÌ 27/10/2015

Gruppo M-Z

Concavità; studio di funzione.

Esercizio 1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione due volte derivabile. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (a) se f non ha minimo, allora f non è limitata inferiormente;
- (b) se $f'(x_0) = 0 = f''(x_0)$, allora x_0 è un punto di flesso;
- (c) se x_0 è punto di massimo assoluto, allora $f''(x_0) < 0$;
- (d) se $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ e $f''(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Esercizio 2. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione due volte derivabile, tale che

$$f(0) = 0, \quad f'(0) = -1, \quad f''(0) = -1.$$

Determinare (approssimativamente) il grafico vicino all'origine della funzione g definita come

$$g(x) = \frac{f(x)}{1+x} \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 3. Disegnare qualitativamente il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + |x-1|}{3x-2}.$$

Esercizio 4. Sia

$$f(x) = \begin{cases} |x-1|e^{-x} & \text{se } x \geq 0; \\ \frac{1}{xe^{2x}} & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Determinare massimi e minimi, intervalli di monotonia. Disegnare qualitativamente il grafico della funzione.