Esercitazione di lunedì 23/11/2015

Gruppi A-L ed M-Z

Serie: convergenza di serie che si riducono a serie di potenze.

Integrali: primitiva di $\frac{1}{x}$ per $x \neq 0$ e derivata di funzione integrale con estremi dipendenti da x.

Esercizio 1. Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3e^{-nx} + x^{2n}}{n^2 + 2\sqrt{n}}$$

è convergente.

Esercizio 2. Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2\sqrt{n+1}} \Big(x^2 + \frac{x}{2}\Big)^n$$

è convergente.

Esercizio 3. Per $x \neq 0$ la derivata di $\log|x|$ è $\frac{1}{x}$ [e dunque per $x \neq 0$ una primitiva di $\frac{1}{x}$ è $\log|x|$].

Esercizio 4. Se $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è derivabile ed $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è continua, allora

$$\frac{d}{dx}\Big(\int_a^{g(x)} f(t)\, dt\Big) = f(g(x))g'(x)\,.$$

[Dunque vale anche, per $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile,

$$\tfrac{d}{dx}\Big(\int_{h(x)}^{b} f(t)\, dt\Big) = -f(h(x))h'(x)$$

$$\tfrac{d}{dx}\Big(\int_{h(x)}^{g(x)} f(t)\, dt\Big) = f(g(x))g'(x) - f(h(x))h'(x)\,.]$$