

ESERCITAZIONE DI LUNEDÌ 14/12/2015

Gruppo M-Z

Integrazione: Sviluppo in serie di Fourier. Convergenza di integrali impropri.

1. Sia $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$ lo sviluppo di Fourier di $f(x) = \frac{x|x|+5x^4}{3}$ in $[-\pi, \pi]$. Calcolare il coefficiente di Fourier b_4 .
2. (a) Sia $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ per $x \in [-\pi, \pi]$. Determinare lo sviluppo di Fourier di f .
(b) Utilizzando il precedente risultato, calcolare la somma della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2-1}$.

3. Sia $\beta \in \mathbb{R}$. Calcolare, se possibile, $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x(\log x)^\beta}$.

4. Calcolare $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{3|x|}}$.

5. Stabilire se il seguente integrale è convergente:

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^x - 1}{(x^2 - 3x)e^x} dx.$$

6. Stabilire se il seguente integrale è convergente:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1 - \cos x}{x^2 \log(1 + \sqrt[3]{x})} dx.$$

7. Stabilire se il seguente integrale è convergente:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x}{e^x \sqrt{|x-5|}} dx.$$

8. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^{2x} (\sqrt{t} \cos\left(\frac{1}{t}\right) - t) dt}{x^2 + 5}$$