Esercitazione di martedì 15/12/2015

Gruppo M-Z

Integrazione: Convergenza di integrali impropri.

1. Calcolare, se possibile, $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{|x|}\sin x}{x^2}$.

2. Stabilire per quali $\alpha > 0$ il seguente integrale converge:

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x} + x^2}{\log x + x^{2\alpha}} dx.$$

3. Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente integrale converge:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2 + \cos^2 x}{\sqrt{x}(1 + x^\alpha)} dx.$$

4. Stabilire per quali $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ il seguente integrale converge:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha (4 + 9x)^{\beta+1}} dx.$$

5. Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ e per quali $\beta \in \mathbb{R}$ i seguenti integrali convergono:

$$\int_0^{+\infty} (x + x^2 - \sin x)^\alpha x^{-\alpha} dx \qquad \int_0^{+\infty} (x + x^4 - \sin x)^\beta x^{-\beta} dx.$$

6. Stabilire per quali $\alpha > 0$ il seguente integrale converge:

$$\int_0^{+\infty} \frac{(2\log(1 + x) + x^2 - 2\sin x)^\alpha}{3x^2} dx.$$

7. Stabilire se la seguente serie converge:

$$\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{1}{k \log k \log(\log k)}.$$

8. Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente integrale converge:

$$\int_\alpha^{+\infty} \frac{1}{(x - 2)\sqrt{|x - 3|}} dx.$$