

ESERCITAZIONE DI MARTEDÌ 29/09/2015

Gruppo A-L

Limiti: Definizione di limite. Limiti di funzioni razionali ed irrazionali.

Esercizio 1. Quale tra le seguenti è la definizione di $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$?

- (a) $\forall M > 0 \exists \delta > 0$ tale che se $0 < |x - 2| < \delta$, allora $f(x) > M$;
- (b) $\forall A > 0 \exists B > 0$ tale che se $x > B$, allora $f(x) < -A$;
- (c) $\forall \alpha > 0 \exists \beta > 0$ tale che se $0 < |x - 2| < \beta$, allora $|f(x) - 2| < \alpha$;
- (d) $\forall M > 0 \exists \delta > 0$ tale che se $x > \delta$, allora $|f(x) - 2| < M$.

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti:

- (a) $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{1}{x^2 - 9}$;
- (b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^3 + 3x^2 + 1}{2x^2 + 4x^3}$;
- (c) $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2 + e^t}{e^{2t} - 3t^2}$;
- (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x+2} - x}{x^2 - x}$;
- (e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$;
- (f) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}}{\sqrt{x-2}}$;
- (g) $\lim_{y \rightarrow +\infty} \sqrt{y^2 + 5y + 6} - y$;
- (h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + x^2}{\sqrt{x+1} - 1}$;
- (i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^p - 1}{x^q - 1}$, dove p e q sono interi positivi;
- (l) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1} + \frac{x}{1-x^2}$.

Esercizio 3. Determinare $\lambda \in \mathbb{R}$ in modo che:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 1}(\sqrt{x^2 + \lambda} + x) = 4.$$