Esercitazione di lunedì 19/10/2015

Gruppo M-Z

Derivabilità; retta tangente/normale ad una funzione.

Esercizio 1. Stabilire per quali valori $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ la seguente funzione è continua e derivabile:

$$f(x) = \begin{cases} \alpha \cos^2 x + \beta(\sin x - 1)^2 & \text{se } \ x \geqslant \pi; \\ (\sin x + 1)^4 - \alpha(3 + \cos x)^3 + 1 & \text{se } \ x < \pi. \end{cases}$$

Esercizio 2. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile. Sia g la funzione definita come

$$g(x) := \exp\left(f(\log x)\right) \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Quale delle seguenti è corretta?

(a) $g'(x) = \exp\left(f'(\frac{1}{x})\right)$;

(b) $g'(x) = \exp\left(f(\log x)\right) \cdot \frac{f'(x)}{x}$;

(c) $g'(x) = \exp\left(f(\log x)\right) \cdot \frac{f'(\log x)}{x}$;

(d) $g'(x) = \exp\left(f(\log x)\right)$.

Esercizio 3. Determinare l'equazione della retta normale alla funzione $f(x) = 2^x$ nel suo punto di ascissa 0.

Esercizio 4. Siano f, g due funzioni così definite:

$$f(x) = 2x + 1, \quad g(x) = x^2 - 1.$$

Determinare l'equazione della retta tangente alla funzione $g \circ f$ nel punto di coordinate $(1, (g \circ f)(1))$.

Esercizio 5. Sia

$$f(t) = t^2 + \cos t$$

per ogni $t > 0$. Dopo aver verificato che la funzione è invertibile se per codominio si considera la sua immagine, calcolare la derivata di f^{-1} nel punto $\pi^2 - 1$.