

### Alcuni esercizi sui limiti di funzioni di più variabili

Determinare i limiti delle seguenti funzioni

1.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{xy}\right)$
2.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x^2 + y^2)}{\sin(xy)}$
3.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x + y)}{(x^2 + y^2)}$
4.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^2}$
5.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{\sin(xy)}{x}$
6.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{\sin(xy)}{x^2}$
7.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,5)} (1 + xy)^{1/x}$
8.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x}{x + y}$
9.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$
10.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{x^2 + y^6}$
11.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y^3}{x^2 + y^4}$
12.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y}{x^2 + y^4}$
13.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$
14.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{x^2 + y^4}$

## Soluzioni

1.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2 + y^2) \sin\left(\frac{1}{xy}\right) = 0$
2.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x^2 + y^2)}{\sin(xy)}$  non esiste
3.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x + y)}{(x^2 + y^2)}$  non esiste
4.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{1}{2}$
5.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{\sin(xy)}{x} = 2$
6.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{\sin(xy)}{x^2}$  non esiste
7.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,5)} (1 + xy)^{1/x} = e^5$
8.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x}{x + y}$  non esiste
9.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$  non esiste
10.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{x^2 + y^6}$  non esiste
11.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^3}{x^2 + y^4} = 0$
12.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^4} = 0$
13.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^4}$  non esiste
14.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{x^2 + y^4} = 0$