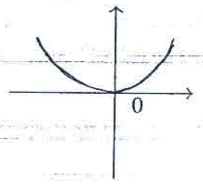
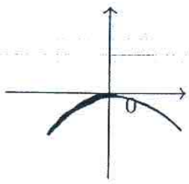
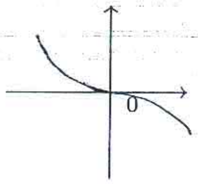
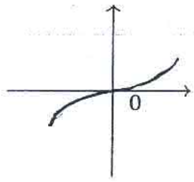
ANALISI MATEMATICA 1 - Quinto appello		11 settembre 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test |Es1 |Es2 |Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Quale disegno meglio rappresenta il grafico di $f(x) = 1 + x - e^x$ vicino a $x = 0$?

[a]  ; [b]  ; [c]  ; [d]  .

2. Qual è l'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^\alpha + 1} \cos\left(\frac{1}{n}\right)$ è convergente? [a] $\alpha < 1$; [b] $\alpha > 2$; [c] $\alpha > 3$; [d] $\alpha < 4$.

3. L'insieme dei $\beta \in \mathbf{R}$ per i quali $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(x+\beta)^2}\,dx$ è convergente è: [a] $|\beta| > 1$; [b] $\beta < 0$; [c] $\beta > 0$; [d] $\emptyset$.

4. $\displaystyle\lim_{t\to 0} \frac{1 - 3^t}{3t} =$ [a] $-\dfrac{\log 3}{3}$; [b] 1; [c] $\dfrac{1}{3}$; [d] $\dfrac{\log 3}{3}$.

5. P_1 e P_2 sono i punti di intersezione del grafico di $y = \arctan x$ con le rette $x = 1$ e $x = \sqrt{3}/3$. L'equazione della retta passante per P_1 e P_2 è: [a] $y = \frac{7\pi}{12(1+\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; [b] $y = \frac{\pi}{12(\sqrt{3}-1)}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; [c] $y = \frac{\pi}{4(3-\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; [d] $y = \frac{\pi}{4}x$.

6. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 4y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$. Allora: [a] $y(\log 3) = 1/27$; [b] $y(\pi) = -1$; [c] $y(\pi/4) = 1$; [d] $y(\log 2) = 4$.

7. Se $\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x) = -3$ e $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{g(x)} = -2$, allora per x vicino a 0, $x \neq 0$, si ha: [a] $\frac{g(x)}{f(x)+g(x)} < 0$; [b] $\frac{1}{f(x)g(x)} > 0$; [c] $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$; [d] $\frac{f(x)}{f(x)+g(x)} < 0$.

8. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali $\{z \in C : |z - i| \leq 3,\ Re(z + \alpha) \leq 1\} \neq \emptyset$ è: [a] $0 \leq \alpha \leq 4$; [b] $-3 \leq \alpha \leq 3$; [c] $-4 \leq \alpha \leq 4$; [d] $\alpha \leq 4$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quinto appello		11 settembre 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

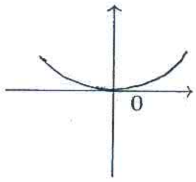
1. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - 4y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$. Allora: $\boxed{a}$ $y(\pi) = -1$; $\boxed{b}$ $y(\pi/4) = 1$; $\boxed{c}$ $y(\log 2) = 4$; $\boxed{d}$ $y(\log 3) = 1/27$.

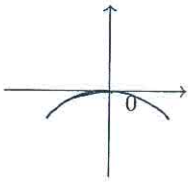
2. L'insieme dei $\beta \in \mathbf{R}$ per i quali $\displaystyle\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{(x+\beta)^2}\,dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\beta < 0$; $\boxed{b}$ $\beta > 0$; $\boxed{c}$ $\emptyset$; $\boxed{d}$ $|\beta| > 1$.

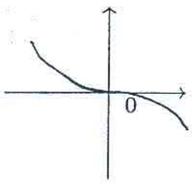
3. $\displaystyle\lim_{t\to 0} \frac{1-5^t}{5t} =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ $\frac{1}{5}$; $\boxed{c}$ $\frac{\log 5}{5}$; $\boxed{d}$ $-\frac{\log 5}{5}$.

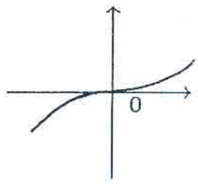
4. Se $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{f(x)} = -3$ e $\displaystyle\lim_{x\to 0} g(x) = -2$, allora per x vicino a 0, $x \neq 0$, si ha: $\boxed{a}$ $\frac{1}{f(x)g(x)} > 0$; $\boxed{b}$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$; $\boxed{c}$ $\frac{f(x)}{f(x)+g(x)} < 0$; $\boxed{d}$ $\frac{g(x)}{f(x)+g(x)} < 0$.

5. Quale disegno meglio rappresenta il grafico di $f(x) = -x + \sin x$ vicino a $x = 0$?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

6. Qual è l'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^\alpha}{n^3+1} \log\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$ è convergente? $\boxed{a}$ $\alpha > 2$; $\boxed{b}$ $\alpha > 3$; $\boxed{c}$ $\alpha < 4$; $\boxed{d}$ $\alpha < 1$.

7. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali $\{z \in C : |z - i| \leq 4,\ Re(z+\alpha) \leq 1\} \neq \emptyset$ è: $\boxed{a}$ $-4 \leq \alpha \leq 4$; $\boxed{b}$ $-5 \leq \alpha \leq 5$; $\boxed{c}$ $\alpha \leq 5$; $\boxed{d}$ $0 \leq \alpha \leq 5$.

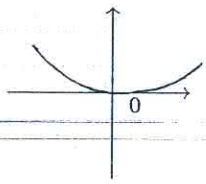
8. P_1 e P_2 sono i punti di intersezione del grafico di $y = \arctan x$ con le rette $x = 1$ e $x = -1$. L'equazione della retta passante per P_1 e P_2 è: $\boxed{a}$ $y = \frac{\pi}{12(\sqrt{3}-1)}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; $\boxed{b}$ $y = \frac{\pi}{4(3-\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; $\boxed{c}$ $y = \frac{\pi}{4}x$; $\boxed{d}$ $y = \frac{7\pi}{12(1+\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$.

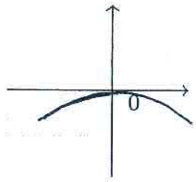
ANALISI MATEMATICA 1 - Quinto appello		11 settembre 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

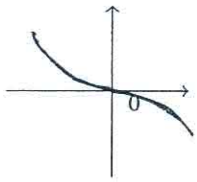
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

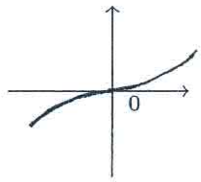
1. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali $\{z \in C : |z-i| \leq 2,\ Re(z+\alpha) \leq 1\} \neq \emptyset$ è: $\boxed{a}$ $-3 \leq \alpha \leq 3$; $\boxed{b}$ $\alpha \leq 3$; $\boxed{c}$ $0 \leq \alpha \leq 3$; $\boxed{d}$ $-2 \leq \alpha \leq 2$.

2. Quale disegno meglio rappresenta il grafico di $f(x) = x - \sin x$ vicino a $x = 0$?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

3. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 9y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$. Allora: $\boxed{a}$ $y(\pi/4) = 1$; $\boxed{b}$ $y(\log 2) = 4$; $\boxed{c}$ $y(\log 3) = 1/27$; $\boxed{d}$ $y(\pi) = -1$.

4. Qual è l'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^\alpha}{n^3+1} \log\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)$ è convergente? $\boxed{a}$ $\alpha > 3$; $\boxed{b}$ $\alpha < 4$; $\boxed{c}$ $\alpha < 1$; $\boxed{d}$ $\alpha > 2$.

5. Se $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{f(x)} = -3$ e $\displaystyle\lim_{x\to 0} g(x) = -2$, allora per x vicino a 0, $x \neq 0$, si ha: $\boxed{a}$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$; $\boxed{b}$ $\frac{f(x)}{f(x)+g(x)} < 0$; $\boxed{c}$ $\frac{g(x)}{f(x)+g(x)} < 0$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{f(x)g(x)} > 0$.

6. P_1 e P_2 sono i punti di intersezione del grafico di $y = \arctan x$ con le rette $x = 1$ e $x = -\sqrt{3}$. L'equazione della retta passante per P_1 e P_2 è: $\boxed{a}$ $y = \frac{\pi}{4(3-\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; $\boxed{b}$ $y = \frac{\pi}{4}x$; $\boxed{c}$ $y = \frac{7\pi}{12(1+\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; $\boxed{d}$ $y = \frac{\pi}{12(\sqrt{3}-1)}(x-1) + \frac{\pi}{4}$.

7. L'insieme dei $\beta \in \mathbf{R}$ per i quali $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{1}{(x+\beta)^2}\,dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\beta > 0$; $\boxed{b}$ $\emptyset$; $\boxed{c}$ $|\beta| > 1$; $\boxed{d}$ $\beta < 0$.

8. $\displaystyle\lim_{t\to 0} \frac{1-7^t}{7t} =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{7}$; $\boxed{b}$ $\frac{\log 7}{7}$; $\boxed{c}$ $-\frac{\log 7}{7}$; $\boxed{d}$ 1.

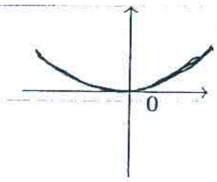
ANALISI MATEMATICA 1 - Quinto appello		**11 settembre 2013**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

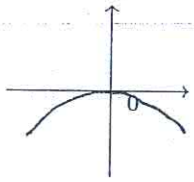
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

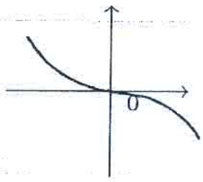
1. Se $\lim_{x\to 0} \frac{1}{f(x)} = -2$ e $\lim_{x\to 0} g(x) = -3$, allora per x vicino a 0, $x \neq 0$, si ha: $\boxed{a}$ $\frac{1}{f(x)g(x)} > 0$; $\boxed{b}$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$; $\boxed{c}$ $\frac{f(x)}{f(x)+g(x)} < 0$; $\boxed{d}$ $\frac{g(x)}{f(x)+g(x)} < 0$.

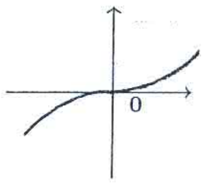
2. P_1 e P_2 sono i punti di intersezione del grafico di $y = \arctan x$ con le rette $x = 1$ e $x = -1$. L'equazione della retta passante per P_1 e P_2 è: $\boxed{a}$ $y = \frac{\pi}{12(\sqrt{3}-1)}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; $\boxed{b}$ $y = \frac{\pi}{4(3-\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; $\boxed{c}$ $y = \frac{\pi}{4}x$; $\boxed{d}$ $y = \frac{7\pi}{12(1+\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$.

3. Quale disegno meglio rappresenta il grafico di $f(x) = -x + \sin x$ vicino a $x = 0$?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

4. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - 9y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -3 \end{cases}$. Allora: $\boxed{a}$ $y(\pi) = -1$; $\boxed{b}$ $y(\pi/4) = 1$; $\boxed{c}$ $y(\log 2) = 4$; $\boxed{d}$ $y(\log 3) = 1/27$.

5. $\lim_{t\to 0} \frac{1-5^t}{5t} =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ $\frac{1}{5}$; $\boxed{c}$ $\frac{\log 5}{5}$; $\boxed{d}$ $-\frac{\log 5}{5}$.

6. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali $\{z \in C : |z-i| \leq 4,\ Re(z+\alpha) \leq 1\} \neq \emptyset$ è: $\boxed{a}$ $-4 \leq \alpha \leq 4$; $\boxed{b}$ $-5 \leq \alpha \leq 5$; $\boxed{c}$ $\alpha \leq 5$; $\boxed{d}$ $0 \leq \alpha \leq 5$.

7. Qual è l'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2\alpha}}{n^2+1} \mathrm{tg}\left(\frac{1}{n}\right)$ è convergente? $\boxed{a}$ $\alpha > 2$; $\boxed{b}$ $\alpha > 3$; $\boxed{c}$ $\alpha < 4$; $\boxed{d}$ $\alpha < 1$.

8. L'insieme dei $\beta \in \mathbf{R}$ per i quali $\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{(x+\beta)^2}\,dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\beta < 0$; $\boxed{b}$ $\beta > 0$; $\boxed{c}$ $\emptyset$; $\boxed{d}$ $|\beta| > 1$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quinto appello		11 settembre 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

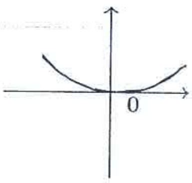
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

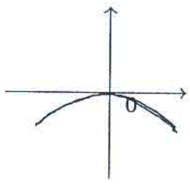
1. $\lim_{t\to 0} \frac{1-3^t}{3t} =$ ☒ a $-\frac{\log 3}{3}$; b 1; c $\frac{1}{3}$; d $\frac{\log 3}{3}$.

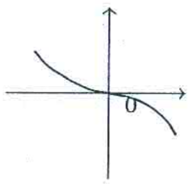
2. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali $\{z \in C : |z-i| \le 3,\ Re(z+\alpha) \le 1\} \neq \emptyset$ è: a $0 \le \alpha \le 4$; b $-3 \le \alpha \le 3$; c $-4 \le \alpha \le 4$; ☒ d $\alpha \le 4$.

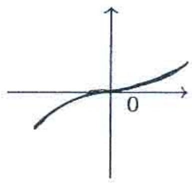
3. P_1 e P_2 sono i punti di intersezione del grafico di $y = \arctan x$ con le rette $x = 1$ e $x = \sqrt{3}$. L'equazione della retta passante per P_1 e P_2 è: a $y = \frac{7\pi}{12(1+\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; ☒ b $y = \frac{\pi}{12(\sqrt{3}-1)}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; c $y = \frac{\pi}{4(3-\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; d $y = \frac{\pi}{4}x$.

4. Quale disegno meglio rappresenta il grafico di $f(x) = 1 + x - e^x$ vicino a $x = 0$?

a 

; ☒ b 

; c 

; d 

.

5. L'insieme dei $\beta \in \mathbf{R}$ per i quali $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(x+\beta)^2}\,dx$ è convergente è: a $|\beta| > 1$; b $\beta < 0$; c $\beta > 0$; ☒ d $\emptyset$.

6. Se $\lim_{x\to 0} f(x) = -2$ e $\lim_{x\to 0} \frac{1}{g(x)} = -3$, allora per x vicino a 0, $x \neq 0$, si ha: a $\frac{g(x)}{f(x)+g(x)} < 0$; ☒ b $\frac{1}{f(x)g(x)} > 0$; c $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$; d $\frac{f(x)}{f(x)+g(x)} < 0$.

7. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 4y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$. Allora: a $y(\log 3) = 1/27$; b $y(\pi) = -1$; ☒ c $y(\pi/4) = 1$; d $y(\log 2) = 4$.

8. Qual è l'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^\alpha + 1} \cos\left(\frac{1}{n}\right)$ è convergente? a $\alpha < 1$; b $\alpha > 2$; ☒ c $\alpha > 3$; d $\alpha < 4$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quinto appello		11 settembre 2013
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. P_1 e P_2 sono i punti di intersezione del grafico di $y = \arctan x$ con le rette $x = 1$ e $x = \sqrt{3}$. L'equazione della retta passante per P_1 e P_2 è: [a] $y = \frac{\pi}{4}x$; [b] $y = \frac{7\pi}{12(1+\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; ☒ $y = \frac{\pi}{12(\sqrt{3}-1)}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; [d] $y = \frac{\pi}{4(3-\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$.

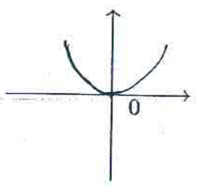
2. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 9y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$. Allora: [a] $y(\log 2) = 4$; [b] $y(\log 3) = 1/27$; ☒ $y(\pi) = -1$; [d] $y(\pi/4) = 1$.

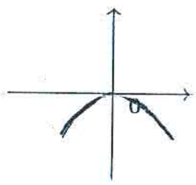
3. Qual è l'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n+1} \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)$ è convergente? [a] $\alpha < 4$; [b] $\alpha < 1$; ☒ $\alpha > 2$; [d] $\alpha > 3$.

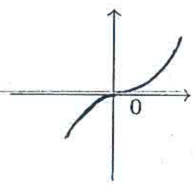
4. L'insieme dei $\beta \in \mathbf{R}$ per i quali $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x+\beta)^2}\, dx$ è convergente è: [a] $\emptyset$; [b] $|\beta| > 1$; [c] $\beta < 0$; ☒ $\beta > 0$.

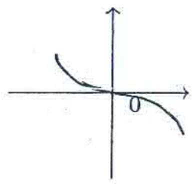
5. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali $\{z \in C : |z - i| \le 5,\ Re(z + \alpha) \le 1\} \ne \emptyset$ è: ☒ $\alpha \le 6$; [b] $0 \le \alpha \le 6$; [c] $-5 \le \alpha \le 5$; [d] $-6 \le \alpha \le 6$.

6. Quale disegno meglio rappresenta il grafico di $f(x) = e^x - x - 1$ vicino a $x = 0$?

☒ 

; [b] 

; [c] 

; [d] 

.

7. $\lim_{t\to 0} \frac{1-2^t}{2t} =$ [a] $\frac{\log 2}{2}$; ☒ $-\frac{\log 2}{2}$; [c] 1; [d] $\frac{1}{2}$.

8. Se $\lim_{x\to 0} \frac{1}{f(x)} = -2$ e $\lim_{x\to 0} g(x) = -3$, allora per x vicino a 0, $x \ne 0$, si ha: [a] $\frac{f(x)}{f(x)+g(x)} < 0$; [b] $\frac{g(x)}{f(x)+g(x)} < 0$; ☒ $\frac{1}{f(x)g(x)} > 0$; [d] $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quinto appello		11 settembre 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. L'insieme dei $\beta \in \mathbf{R}$ per i quali $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x+\beta)^2}\,dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\emptyset$; $\boxed{b}$ $|\beta| > 1$; $\boxed{c}$ $\beta < 0$; $\boxtimes$ $\beta > 0$.

2. Se $\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x) = -3$ e $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{g(x)} = -2$, allora per x vicino a 0, $x \neq 0$, si ha: $\boxed{a}$ $\frac{f(x)}{f(x)+g(x)} < 0$; $\boxed{b}$ $\frac{g(x)}{f(x)+g(x)} < 0$; $\boxtimes$ $\frac{1}{f(x)g(x)} > 0$; $\boxed{d}$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$.

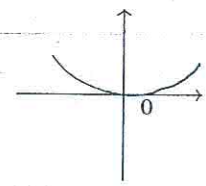
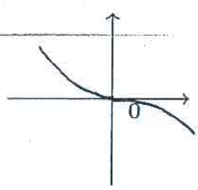
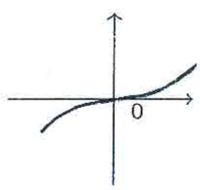
3. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali $\{z \in C : |z - i| \leq 5,\ Re(z+\alpha) \leq 1\} \neq \emptyset$ è: $\boxtimes$ $\alpha \leq 6$; $\boxed{b}$ $0 \leq \alpha \leq 6$; $\boxed{c}$ $-5 \leq \alpha \leq 5$; $\boxed{d}$ $-6 \leq \alpha \leq 6$.

4. P_1 e P_2 sono i punti di intersezione del grafico di $y = \arctan x$ con le rette $x = 1$ e $x = \sqrt{3}/3$. L'equazione della retta passante per P_1 e P_2 è: $\boxed{a}$ $y = \frac{\pi}{4}x$; $\boxed{b}$ $y = \frac{7\pi}{12(1+\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; $\boxed{c}$ $y = \frac{\pi}{12(\sqrt{3}-1)}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; $\boxtimes$ $y = \frac{\pi}{4(3-\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$.

5. Qual è l'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n+1} \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)$ è convergente? $\boxed{a}$ $\alpha < 4$; $\boxed{b}$ $\alpha < 1$; $\boxtimes$ $\alpha > 2$; $\boxed{d}$ $\alpha > 3$.

6. $\displaystyle\lim_{t\to 0} \frac{1-2^t}{2t} =$ $\boxed{a}$ $\frac{\log 2}{2}$; $\boxtimes$ $-\frac{\log 2}{2}$; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}$.

7. Quale disegno meglio rappresenta il grafico di $f(x) = e^x - x - 1$ vicino a $x = 0$?

$\boxtimes$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

8. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - 4y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$. Allora: $\boxtimes$ $y(\log 2) = 4$; $\boxed{b}$ $y(\log 3) = 1/27$; $\boxed{c}$ $y(\pi) = -1$; $\boxed{d}$ $y(\pi/4) = 1$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quinto appello		11 settembre 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. Qual è l'insieme dei valori del parametro $\alpha > 0$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2\alpha}}{n^2+1}\operatorname{tg}\left(\frac{1}{n}\right)$ è convergente?
$\boxed{a}$ $\alpha > 3$; $\boxed{b}$ $\alpha < 4$; $\boxed{\xcancel{c}}$ $\alpha < 1$; $\boxed{d}$ $\alpha > 2$.

2. $\displaystyle\lim_{t\to 0} \frac{1-7^t}{7t} =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{7}$; $\boxed{b}$ $\frac{\log 7}{7}$; $\boxed{\xcancel{c}}$ $-\frac{\log 7}{7}$; $\boxed{d}$ 1.

3. Se $\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x) = -2$ e $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{g(x)} = -3$, allora per x vicino a 0, $x \neq 0$, si ha: $\boxed{a}$ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$;
$\boxed{b}$ $\frac{f(x)}{f(x)+g(x)} < 0$; $\boxed{c}$ $\frac{g(x)}{f(x)+g(x)} < 0$; $\boxed{\xcancel{d}}$ $\frac{1}{f(x)g(x)} > 0$.

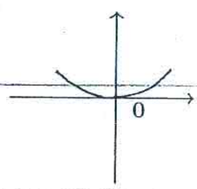
4. L'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per i quali $\{z \in C : |z-i| \leq 2,\ Re(z+\alpha) \leq 1\} \neq \emptyset$ è: $\boxed{a}$ $-3 \leq \alpha \leq 3$;
$\boxed{\xcancel{b}}$ $\alpha \leq 3$; $\boxed{c}$ $0 \leq \alpha \leq 3$; $\boxed{d}$ $-2 \leq \alpha \leq 2$.

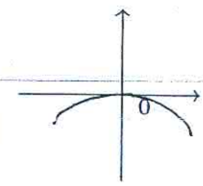
5. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - 9y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -3 \end{cases}$. Allora: $\boxed{a}$ $y(\pi/4) = 1$;
$\boxed{b}$ $y(\log 2) = 4$; $\boxed{\xcancel{c}}$ $y(\log 3) = 1/27$; $\boxed{d}$ $y(\pi) = -1$.

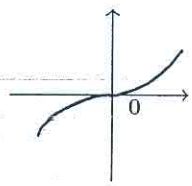
6. L'insieme dei $\beta \in \mathbf{R}$ per i quali $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{1}{(x+\beta)^2}\,dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\beta > 0$; $\boxed{b}$ $\emptyset$;
$\boxed{\xcancel{c}}$ $|\beta| > 1$; $\boxed{d}$ $\beta < 0$.

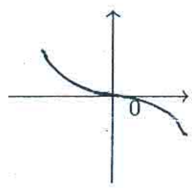
7. P_1 e P_2 sono i punti di intersezione del grafico di $y = \arctan x$ con le rette $x = 1$ e $x = -\sqrt{3}$.
L'equazione della retta passante per P_1 e P_2 è: $\boxed{a}$ $y = \frac{\pi}{4(3-\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; $\boxed{b}$ $y = \frac{\pi}{4}x$;
$\boxed{\xcancel{c}}$ $y = \frac{7\pi}{12(1+\sqrt{3})}(x-1) + \frac{\pi}{4}$; $\boxed{d}$ $y = \frac{\pi}{12(\sqrt{3}-1)}(x-1) + \frac{\pi}{4}$.

8. Quale disegno meglio rappresenta il grafico di $f(x) = x - \sin x$ vicino a $x = 0$?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{\xcancel{c}}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

ANALISI MATEMATICA 1	11 settembre 2013

1. **(6 punti)** Si disegni il grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = \begin{cases} |x-1|e^{-x} & \text{per } x \geq 0 \\ \dfrac{1}{xe^{2x}} & \text{per } x < 0 \end{cases}.$$

Quindi se ne determinino i punti e i valori di massimo relativo e di minimo relativo, e, se esistono, di massimo assoluto e di minimo assoluto.

Per $x \geq 0$, la funzione vale $(x-1)e^{-x}$ se $x \geq 1$, $(1-x)e^{-x}$ se $0 \leq x \leq 1$ (infatti $|x-1| = x-1$ per $x \geq 1$, $|x-1| = 1-x$ per $0 \leq x \leq 1$).

Si ha $f(0) = 1$, $f(1) = 0$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (x-1)e^{-x} = 0$ (perché e^x va all'infinito più velocemente di $x-1$). Inoltre

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{xe^{2x}} = -\infty, \quad \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{xe^{2x}} \underset{-x=w}{=} \lim_{w\to+\infty} \left(-\frac{e^{2w}}{w}\right) = -\infty. \quad (*)$$

Siccome $e^{-x} > 0$ per ogni $x \geq 0$ e $e^{-2x} > 0$ per ogni $x < 0$, il segno di $f(x)$ è ≥ 0 per $x \geq 0$, < 0 per $x < 0$.

Calcoliamo la derivata di $(x-1)e^{-x}$, che dunque sarà la derivata di f per $x > 1$, la derivata di $-f$ per $0 < x < 1$. Si ha:

$$\left((x-1)e^{-x}\right)' = e^{-x} - (x-1)e^{-x} = (2-x)e^{-x} > 0 \text{ per } x < 2.$$

Dunque f cresce per $1 < x < 2$, decresce per $x > 2$ e per $0 < x < 1$.

Vediamo la derivata seconda di $(x-1)e^{-x}$: si ha

$$\left((x-1)e^{-x}\right)'' = \left((2-x)e^{-x}\right)' = -e^{-x} - (2-x)e^{-x} = -e^{-x}(3-x) > 0 \text{ per } x > 3.$$

Così f è convessa per $x > 3$, concava per $1 < x < 3$, convessa per $0 < x < 1$.

Per $x < 0$, si ha invece $f'(x) = \left(\frac{e^{-2x}}{x}\right)' = \frac{-2e^{-2x}x - e^{-2x}}{x^2} = -e^{-2x}\frac{(2x+1)}{x^2}$, e quindi f cresce per $x < -1/2$, decresce per $-1/2 < x < 0$.

Poi
$$f''(x) = -\frac{\left[-2e^{-2x}(2x+1) + 2e^{-2x}\right]x^2 - e^{-2x}(2x+1)\,2x}{x^4} =$$

$$= -\frac{-4xe^{-2x}x - 2e^{-2x}(2x+1)}{x^3} = \frac{2e^{-2x}}{x^3}(2x^2+2x+1).$$

Siccome $2x^2+2x+1 = x^2 + (x+1)^2 > 0$, $f''(x) < 0$ per $x < 0$ e f è concava per $x < 0$.

(*) Non esiste a $-\infty$ un asintoto obliquo, dato che

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x^2e^{2x}} = \lim_{w\to+\infty} \left(-\frac{e^{2w}}{w^2}\right) = -\infty.$$

ANALISI MATEMATICA 1	11 settembre 2013

1. (6 punti) Si disegni il grafico qualitativo della funzione

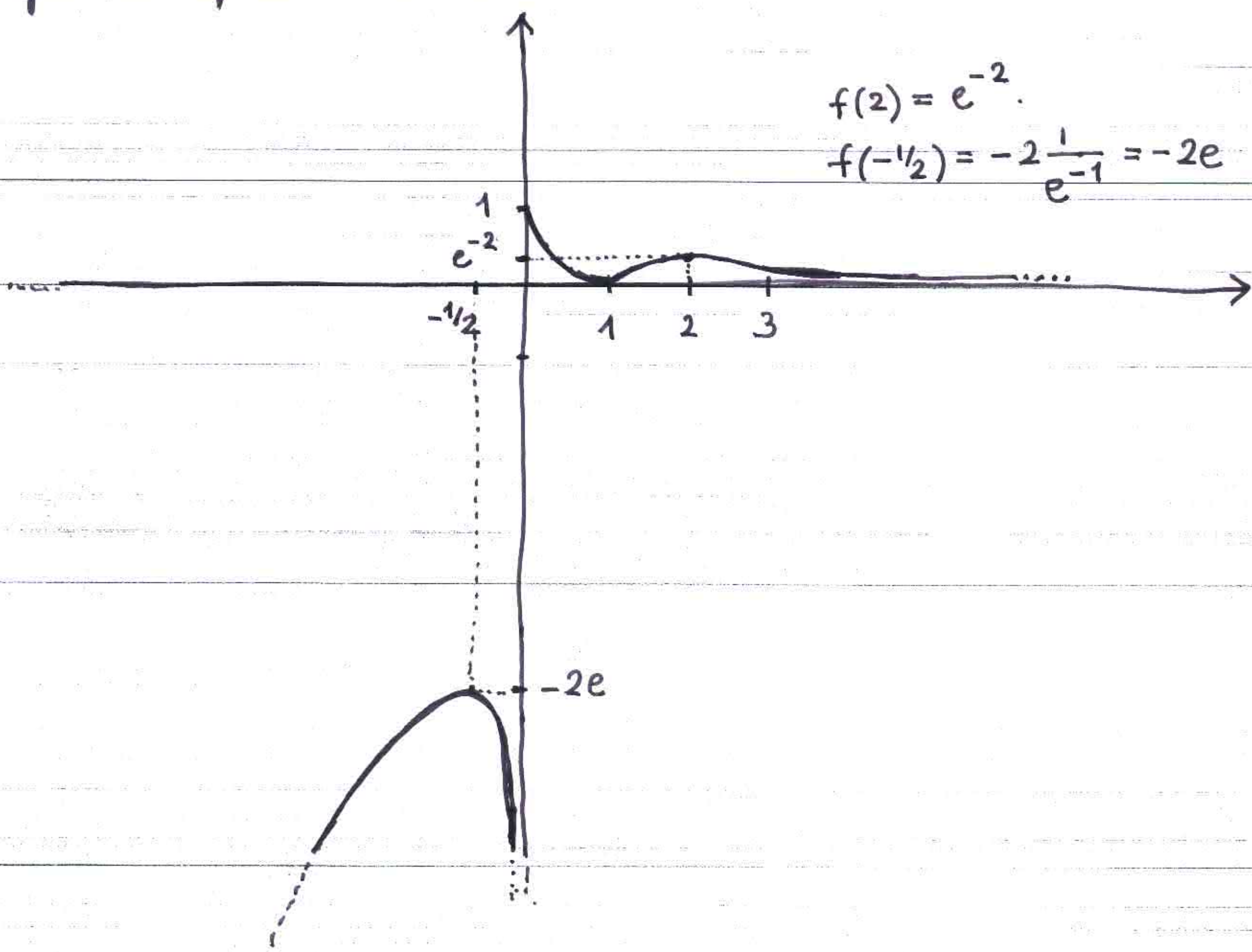
$$f(x) = \begin{cases} |x-1|e^{-x} & \text{per } x \geq 0 \\ \dfrac{1}{xe^{2x}} & \text{per } x < 0 \end{cases} .$$

Quindi se ne determinino i punti e i valori di massimo relativo e di minimo relativo, e, se esistono, di massimo assoluto e di minimo assoluto.

Il grafico qualitativo è

$f(2) = e^{-2}$.

$f(-1/2) = -2\frac{1}{e^{-1}} = -2e$



Si ha: $x=0$ punto di massimo assoluto, di valore 1; $x=1$ punto di minimo relativo, di valore 0; $x=2$ punto di massimo relativo, di valore e^{-2}; $x=-1/2$ punto di massimo relativo, di valore $-2e$.

2. (6 punti) Calcolate
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-t}}{e^{-2t}+3e^{-t}+2}\,dt.$$

Cambiando variabile con $e^{-t}=s$, $ds=-e^{-t}dt$, $t=-\infty \to s=+\infty$, $t=+\infty \to s=0$, si ha

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-t}}{e^{-2t}+3e^{-t}+2}\,dt = -\int_{+\infty}^{0} \frac{1}{s^2+3s+2}\,ds = \int_{0}^{+\infty} \frac{1}{s^2+3s+2}\,ds.$$

Scrivendo $s^2+3s+2 = (s+2)(s+1)$ [-2 e -1 sono le radici ...], si ha

$$\frac{1}{s^2+3s+2} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2} = \frac{As+2A+Bs+B}{(s+2)(s+1)},$$

per cui si deve avere $A+B=0$, $2A+B=1$, cioè $A=1$, $B=-1$.

Quindi l'integrale risulta

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{s^2+3s+2}\,ds = \int_0^{+\infty}\frac{1}{s+1}\,ds - \int_0^{+\infty}\frac{1}{s+2}\,ds = \Big[\log|s+1| - \log|s+2|\Big]_0^{+\infty} =$$

$$= \log\frac{s+1}{s+2}\Big|_0^{+\infty} = \log 1 - \log \tfrac{1}{2} = \log 2.$$

[Più formalmente,

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{s^2+3s+2}\,ds = \lim_{b\to+\infty}\int_0^{b}\frac{1}{s^2+3s+2}\,ds = \ldots\ldots [\text{come sopra}] =$$

$$= \lim_{b\to+\infty}\left(\log\frac{s+1}{s+2}\Big|_0^{b}\right) = \lim_{b\to+\infty}\log\frac{b+1}{b+2} - \log\tfrac{1}{2} =$$

$$= \log 1 + \log 2 = \log 2. \;]$$

ANALISI MATEMATICA 1	11 settembre 2013

3. (6 punti) Calcolate la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2xyy' = 1 - x^2, \\ y(1) = -1. \end{cases}$$

Dite, motivando la risposta, se il punto $x = 1$ è un punto di massimo, minimo o flesso orizzontale della soluzione.

Si tratta di un'equazione differenziale del 1° ordine, a variabili separabili. Infatti si scrive così:

$$2yy' = \frac{1-x^2}{x} \Rightarrow 2y\,dy = \frac{1-x^2}{x}dx \Rightarrow \int 2y\,dy = \int\left(\frac{1}{x}-x\right)dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^2 = \log|x| - \frac{x^2}{2} + c.$$

Imponendo il dato di Cauchy $y(1) = -1$ si ha

$$1 = (-1)^2 = \log 1 - \frac{1}{2} + c = -\frac{1}{2} + c \Rightarrow c = 3/2.$$

La soluzione dunque soddisfa $y^2 = \log|x| - \frac{x^2}{2} + 3/2$, cioè, tenendo conto del valore negativo del dato di Cauchy,

$$y(x) = -\sqrt{\log|x| - \frac{x^2}{2} + \frac{3}{2}}.$$

Siccome l'equazione ci dice che $y' = \frac{1-x^2}{2xy}$, il segno vicino al punto $x=1$ è dato da $\frac{1-x^2}{y}$. Siccome y è negativa, il segno è dato da x^2-1 e dunque è negativo per $x<1$ e positivo per $x>1$. La soluzione quindi decresce per $x<1$ e cresce per $x>1$, e il punto $x=1$ è di minimo relativo.