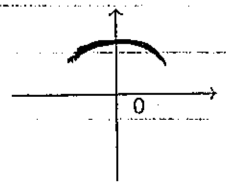
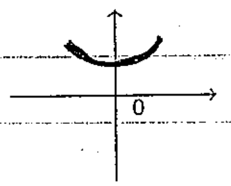
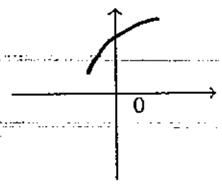
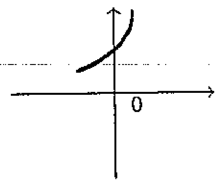
ANALISI MATEMATICA 1		17 febbraio 2009
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Sia f una funzione continua, con derivata prima e seconda continue, tale che $f(0) = -1$, $f'(0) = 0$ e $f''(0) = 2$. Allora il grafico della funzione $g(x) = \log(4 + f^2(x))$ vicino all'origine è:

☒  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

2. L'insieme dei valori del parametro reale β per i quali l'integrale $\int_0^{+\infty} \frac{x}{(2x^3+x)^\beta}\, dx$ converge è $\boxed{a}$ $\frac{2}{3} < \beta < 1$; $\boxed{b}$ $1 < \beta < 2$; ☒ $\frac{2}{3} < \beta < 2$; $\boxed{d}$ $1 < \beta < 3$.

3. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{4e^{n-1}}{(5e)^n}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{2}{3e}$; $\boxed{b}$ $\frac{4e}{3(3-e)}$; ☒ $\frac{1}{5e}$; $\boxed{d}$ $\frac{4e}{5(5-e)}$.

4. Sia $f(x) = \log(1 + x^2)$, $x \in [-\pi, \pi]$. Allora: $\boxed{a}$ la serie di Taylor di f (di centro $x_0 = 0$) ha un numero finito di termini; $\boxed{b}$ la serie di Fourier di f è di soli seni, con infiniti termini; ☒ la serie di Fourier di f è di soli coseni, con infiniti termini; $\boxed{d}$ la serie di Fourier di f ha un numero finito di termini.

5. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua; allora $\int_1^2 f(x^2)\, dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 t\sqrt{t} f(t)\, dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\, dt$; ☒ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{\sqrt{t}}\, dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \sqrt{t} f(t)\, dt$.

6. Quale dei seguenti numeri complessi è soluzione dell'equazione $\dfrac{1}{\bar{z}} = 1 - i$? $\boxed{a}$ $2 - 2i$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$; ☒ $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$; $\boxed{d}$ $2 + 2i$.

7. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} (-1)^n \frac{2^n + 3\log n}{3n^3 + 5^n} =$ ☒ 0; $\boxed{b}$ non esiste; $\boxed{c}$ $+\infty$; $\boxed{d}$ $-\infty$.

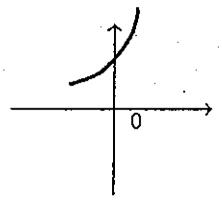
8. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua, tale che $x^2/2 \le f(x) \le 2x^2$ per $x \in [0, 1]$. Allora esiste $x_0 \in [0, 1]$ tale che: $\boxed{a}$ $f(x_0) = 4$; $\boxed{b}$ $f(x_0) = 5/2$; ☒ $f(x_0) = 1/2$; $\boxed{d}$ $f(x_0) = 1$.

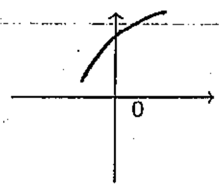
ANALISI MATEMATICA 1		17 febbraio 2009
Cognome:	Nome:	Matricola:

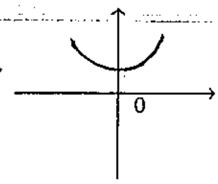
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

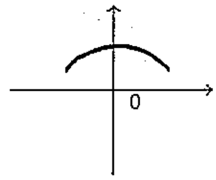
1. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua, tale che $x/2 \leq f(x) \leq x$ per $x \in [1,2]$. Allora esiste $x_0 \in [1,2]$ tale che: $\boxed{a}$ $f(x_0) = 1/2$; $\boxtimes$ $f(x_0) = 1$; $\boxed{c}$ $f(x_0) = 4$; $\boxed{d}$ $f(x_0) = 5/2$.

2. Sia f una funzione continua, con derivata prima e seconda continue, tale che $f(0) = 1$, $f'(0) = 0$ e $f''(0) = 1$. Allora il grafico della funzione $g(x) = \log(3 + f^2(x))$ vicino all'origine è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{d}$ 

.

3. Quale dei seguenti numeri complessi è soluzione dell'equazione $\frac{4}{\bar{z}} = 1 + i$? $\boxed{a}$ $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$; $\boxtimes$ $2 + 2i$; $\boxed{c}$ $2 - 2i$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

4. L'insieme dei valori del parametro reale β per i quali l'integrale $\int_0^{+\infty} \frac{x}{(2x^3+x)^\beta}\,dx$ converge è $\boxtimes$ $\frac{2}{3} < \beta < 2$; $\boxed{b}$ $1 < \beta < 3$; $\boxed{c}$ $\frac{2}{3} < \beta < 1$; $\boxed{d}$ $1 < \beta < 2$.

5. $\lim_{n\to\infty} (-1)^n \frac{2^n + 3\log n}{3n^3 + 5^n} =$ $\boxed{a}$ $+\infty$; $\boxed{b}$ $-\infty$; $\boxtimes$ 0; $\boxed{d}$ non esiste.

6. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua; allora $\int_1^2 x^4 f(x^2)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{\sqrt{t}}\,dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \sqrt{t} f(t)\,dt$; $\boxtimes$ $\frac{1}{2}\int_1^4 t\sqrt{t} f(t)\,dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$.

7. La somma della serie $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{4e^{n-1}}{3^n}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{5e}$; $\boxed{b}$ $\frac{4e}{5(5-e)}$; $\boxed{c}$ $\frac{2}{3e}$; $\boxtimes$ $\frac{4e}{3(3-e)}$.

8. Sia $f(x) = \cos(3x)$, $x \in [-\pi, \pi]$. Allora: $\boxed{a}$ la serie di Fourier di f è di soli coseni, con infiniti termini; $\boxtimes$ la serie di Fourier di f ha un numero finito di termini; $\boxed{c}$ la serie di Taylor di f (di centro $x_0 = 0$) ha un numero finito di termini; $\boxed{d}$ la serie di Fourier di f è di soli seni, con infiniti termini.

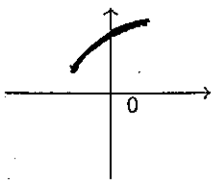
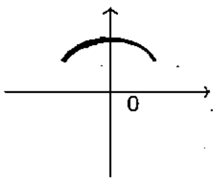
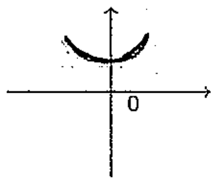
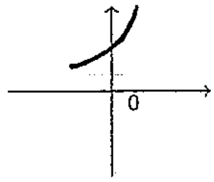
ANALISI MATEMATICA 1		17 febbraio 2009
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}(-1)^n\frac{6n^2+2^n}{3^n+\log n} =$ $\boxed{a}$ non esiste; $\boxed{b}$ $+\infty$; $\boxed{c}$ $-\infty$; $\boxed{d}$ 0.

2. Sia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ una funzione continua; allora $\int_1^2 f(x^2)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{\sqrt{t}}\,dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \sqrt{t}f(t)\,dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 t\sqrt{t}f(t)\,dt$.

3. Sia f una funzione continua, con derivata prima e seconda continue, tale che $f(0)=-2$, $f'(0)=-1$ e $f''(0)=0$. Allora il grafico della funzione $g(x)=\log(2+f^2(x))$ vicino all'origine è:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

4. Quale dei seguenti numeri complessi è soluzione dell'equazione $\frac{1}{\bar{z}} = 1+i$? $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$; $\boxed{c}$ $2+2i$; $\boxed{d}$ $2-2i$.

5. Sia $f(x)=\sin(2x)$, $x\in[-\pi,\pi]$. Allora: $\boxed{a}$ la serie di Fourier di f è di soli seni, con infiniti termini; $\boxed{b}$ la serie di Fourier di f è di soli coseni, con infiniti termini; $\boxed{c}$ la serie di Fourier di f ha un numero finito di termini; $\boxed{d}$ la serie di Taylor di f (di centro $x_0=0$) ha un numero finito di termini.

6. Sia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ una funzione continua, tale che $x\le f(x)\le 2x$ per $x\in[1,3]$. Allora esiste $x_0\in[1,3]$ tale che: $\boxed{a}$ $f(x_0)=5/2$; $\boxed{b}$ $f(x_0)=1/2$; $\boxed{c}$ $f(x_0)=1$; $\boxed{d}$ $f(x_0)=4$.

7. L'insieme dei valori del parametro reale β per i quali l'integrale $\int_0^{+\infty}\frac{x}{(2x^3+x^2)^\beta}\,dx$ converge è $\boxed{a}$ $1<\beta<2$; $\boxed{b}$ $\frac{2}{3}<\beta<2$; $\boxed{c}$ $1<\beta<3$; $\boxed{d}$ $\frac{2}{3}<\beta<1$.

8. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{4e^{n-1}}{(3e)^n}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{4e}{3(3-e)}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{5e}$; $\boxed{c}$ $\frac{4e}{5(5-e)}$; $\boxed{d}$ $\frac{2}{3e}$.

ANALISI MATEMATICA 1		17 febbraio 2009
Cognome:	Nome:	Matricola:

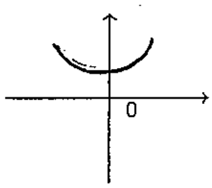
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

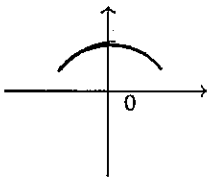
1. Sia $f(x) = \operatorname{arctg} x$, $x \in [-\pi, \pi]$. Allora: $\boxed{a}$ la serie di Taylor di f (di centro $x_0 = 0$) ha un numero finito di termini; $\boxed{\times}$ la serie di Fourier di f è di soli seni, con infiniti termini; $\boxed{c}$ la serie di Fourier di f è di soli coseni, con infiniti termini; $\boxed{d}$ la serie di Fourier di f ha un numero finito di termini.

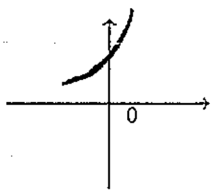
2. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua, tale che $2x^2 \leq f(x) \leq 3x^2$ per $x \in [1, 2]$. Allora esiste $x_0 \in [1, 2]$ tale che: $\boxed{\times}$ $f(x_0) = 4$; $\boxed{b}$ $f(x_0) = 5/2$; $\boxed{c}$ $f(x_0) = 1/2$; $\boxed{d}$ $f(x_0) = 1$.

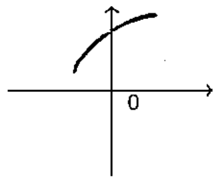
3. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua; allora $\int_1^2 x^2 f(x^2)\, dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 t\sqrt{t} f(t)\, dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\, dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{\sqrt{t}}\, dt$; $\boxed{\times}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \sqrt{t} f(t)\, dt$.

4. Sia f una funzione continua, con derivata prima e seconda continue, tale che $f(0) = 1$, $f'(0) = 1$ e $f''(0) = 0$. Allora il grafico della funzione $g(x) = \log(5 + f^2(x))$ vicino all'origine è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{\times}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

5. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{4e^{n-1}}{5^n}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{2}{3e}$; $\boxed{b}$ $\frac{4e}{3(3-e)}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{5e}$; $\boxed{\times}$ $\frac{4e}{5(5-e)}$.

6. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} (-1)^n \frac{n^6 + \log n}{n^2 + 3^{-n}} =$ $\boxed{a}$ 0; $\boxed{\times}$ non esiste; $\boxed{c}$ $+\infty$; $\boxed{d}$ $-\infty$.

7. Quale dei seguenti numeri complessi è soluzione dell'equazione $\dfrac{4}{\bar{z}} = 1 - i$? $\boxed{\times}$ $2 - 2i$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$; $\boxed{d}$ $2 + 2i$.

8. L'insieme dei valori del parametro reale β per i quali l'integrale $\int_0^{+\infty} \frac{x}{(x^2+3x)^\beta}\, dx$ converge è $\boxed{a}$ $\frac{2}{3} < \beta < 1$; $\boxed{\times}$ $1 < \beta < 2$; $\boxed{c}$ $\frac{2}{3} < \beta < 2$; $\boxed{d}$ $1 < \beta < 3$.

ANALISI MATEMATICA 1		17 febbraio 2009
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

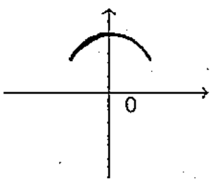
1. Quale dei seguenti numeri complessi è soluzione dell'equazione $\dfrac{4}{\bar{z}} = 1+i$? $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$; ☒ $2+2i$; $\boxed{d}$ $2-2i$.

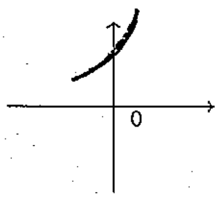
2. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{4e^{n-1}}{5^n}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{4e}{3(3-e)}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{5e}$; ☒ $\frac{4e}{5(5-e)}$; $\boxed{d}$ $\frac{2}{3e}$.

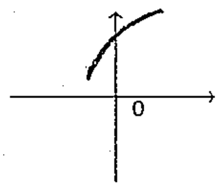
3. Sia $f(x) = \sin(2x)$, $x \in [-\pi, \pi]$. Allora: $\boxed{a}$ la serie di Fourier di f è di soli seni, con infiniti termini; $\boxed{b}$ la serie di Fourier di f è di soli coseni, con infiniti termini; ☒ la serie di Fourier di f ha un numero finito di termini; $\boxed{d}$ la serie di Taylor di f (di centro $x_0 = 0$) ha un numero finito di termini.

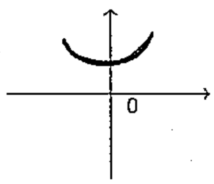
4. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} (-1)^n \frac{6n^2+2^n}{3^n+\log n} =$ $\boxed{a}$ non esiste; $\boxed{b}$ $+\infty$; $\boxed{c}$ $-\infty$; ☒ 0.

5. Sia f una funzione continua, con derivata prima e seconda continue, tale che $f(0) = 1$, $f'(0) = 1$ e $f''(0) = 0$. Allora il grafico della funzione $g(x) = \log(5 + f^2(x))$ vicino all'origine è:

$\boxed{a}$ 

; ☒ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

6. L'insieme dei valori del parametro reale β per i quali l'integrale $\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(x^3+3x)^\beta}\,dx$ converge è $\boxed{a}$ $1<\beta<2$; $\boxed{b}$ $\frac{2}{3}<\beta<2$; ☒ $1<\beta<3$; $\boxed{d}$ $\frac{2}{3}<\beta<1$.

7. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua, tale che $x/2 \le f(x) \le x$ per $x \in [1,2]$. Allora esiste $x_0 \in [1,2]$ tale che: $\boxed{a}$ $f(x_0) = 5/2$; $\boxed{b}$ $f(x_0) = 1/2$; ☒ $f(x_0) = 1$; $\boxed{d}$ $f(x_0) = 4$.

8. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua; allora $\int_1^2 \frac{f(x^2)}{x}\,dx =$ ☒ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{\sqrt{t}}\,dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \sqrt{t}f(t)\,dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 t\sqrt{t}f(t)\,dt$.

ANALISI MATEMATICA 1		17 febbraio 2009
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua; allora $\int_1^2 x^2 f(x^2)\, dx =$ $\boxtimes$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \sqrt{t} f(t)\, dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 t\sqrt{t} f(t)\, dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\, dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{\sqrt{t}}\, dt$.

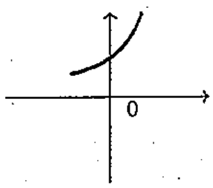
2. Quale dei seguenti numeri complessi è soluzione dell'equazione $\dfrac{1}{\bar{z}} = 1 + i$? $\boxed{a}$ $2+2i$; $\boxed{b}$ $2-2i$; $\boxtimes$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$.

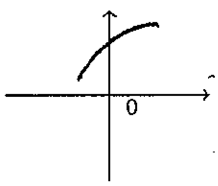
3. L'insieme dei valori del parametro reale β per i quali l'integrale $\int_0^{+\infty} \frac{x}{(x^2+3x)^\beta}\, dx$ converge è $\boxed{a}$ $1<\beta<3$; $\boxed{b}$ $\frac{2}{3}<\beta<1$; $\boxtimes$ $1<\beta<2$; $\boxed{d}$ $\frac{2}{3}<\beta<2$.

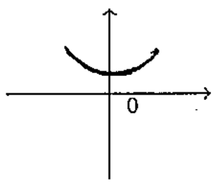
4. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{4e^{n-1}}{3^n}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{4e}{5(5-e)}$; $\boxed{b}$ $\frac{2}{3e}$; $\boxtimes$ $\frac{4e}{3(3-e)}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{5e}$.

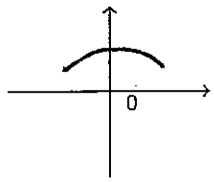
5. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua, tale che $x \le f(x) \le 2x$ per $x \in [1,3]$. Allora esiste $x_0 \in [1,3]$ tale che: $\boxed{a}$ $f(x_0)=1$; $\boxed{b}$ $f(x_0)=4$; $\boxtimes$ $f(x_0)=5/2$; $\boxed{d}$ $f(x_0)=1/2$.

6. Sia f una funzione continua, con derivata prima e seconda continue, tale che $f(0)=1$, $f'(0)=0$ e $f''(0)=1$. Allora il grafico della funzione $g(x)=\log(3+f^2(x))$ vicino all'origine è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{d}$ 

.

7. Sia $f(x)=\operatorname{arctg} x$, $x\in[-\pi,\pi]$. Allora: $\boxed{a}$ la serie di Fourier di f ha un numero finito di termini; $\boxed{b}$ la serie di Taylor di f (di centro $x_0=0$) ha un numero finito di termini; $\boxtimes$ la serie di Fourier di f è di soli seni, con infiniti termini; $\boxed{d}$ la serie di Fourier di f è di soli coseni, con infiniti termini.

8. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} (-1)^n \frac{n^6+\log n}{n^2+3^{-n}} =$ $\boxed{a}$ $-\infty$; $\boxed{b}$ 0; $\boxtimes$ non esiste; $\boxed{d}$ $+\infty$.

ANALISI MATEMATICA 1		17 febbraio 2009
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. La somma della serie $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{4e^{n-1}}{(5e)^n}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{4e}{5(5-e)}$; $\boxed{b}$ $\frac{2}{3e}$; $\boxed{c}$ $\frac{4e}{3(3-e)}$; $\boxtimes$ $\frac{1}{5e}$.

2. $\lim_{n\to\infty} (-1)^n \frac{n^5+3^n}{3n^2+\log n} =$ $\boxed{a}$ $-\infty$; $\boxed{b}$ 0; $\boxtimes$ non esiste; $\boxed{d}$ $+\infty$.

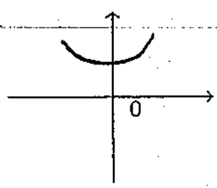
3. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua, tale che $x^2/2 \le f(x) \le 2x^2$ per $x \in [0,1]$. Allora esiste $x_0 \in [0,1]$ tale che: $\boxed{a}$ $f(x_0) = 1$; $\boxed{b}$ $f(x_0) = 4$; $\boxed{c}$ $f(x_0) = 5/2$; $\boxtimes$ $f(x_0) = 1/2$.

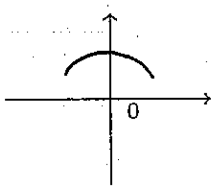
4. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua; allora $\int_1^2 \frac{f(x^2)}{x}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \sqrt{t} f(t)\,dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 t\sqrt{t} f(t)\,dt$; $\boxtimes$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{\sqrt{t}}\,dt$.

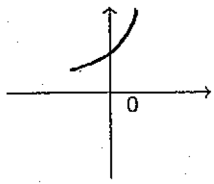
5. L'insieme dei valori del parametro reale β per i quali l'integrale $\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{(x^3+3x)^\beta}\,dx$ converge è $\boxtimes$ $1 < \beta < 3$; $\boxed{b}$ $\frac{2}{3} < \beta < 1$; $\boxed{c}$ $1 < \beta < 2$; $\boxed{d}$ $\frac{2}{3} < \beta < 2$.

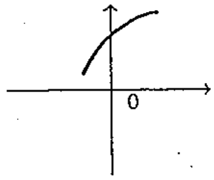
6. Sia $f(x) = \log(1+x^2)$, $x \in [-\pi, \pi]$. Allora: $\boxed{a}$ la serie di Fourier di f ha un numero finito di termini; $\boxed{b}$ la serie di Taylor di f (di centro $x_0 = 0$) ha un numero finito di termini; $\boxed{c}$ la serie di Fourier di f è di soli seni, con infiniti termini; $\boxtimes$ la serie di Fourier di f è di soli coseni, con infiniti termini.

7. Sia f una funzione continua, con derivata prima e seconda continue, tale che $f(0) = -1$, $f'(0) = 0$ e $f''(0) = 2$. Allora il grafico della funzione $g(x) = \log(4 + f^2(x))$ vicino all'origine è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

8. Quale dei seguenti numeri complessi è soluzione dell'equazione $\frac{1}{\bar{z}} = 1 - i$? $\boxed{a}$ $2+2i$; $\boxed{b}$ $2-2i$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$; $\boxtimes$ $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$.

ANALISI MATEMATICA 1		17 febbraio 2009
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. L'insieme dei valori del parametro reale β per i quali l'integrale $\int_0^{+\infty} \frac{x}{(2x^3+x^2)^\beta}\,dx$ converge è $\boxed{a}$ $\frac{2}{3} < \beta < 2$; $\boxed{b}$ $1 < \beta < 3$; $\boxed{c}$ $\frac{2}{3} < \beta < 1$; $\boxed{d}$ $1 < \beta < 2$.

2. Sia $f(x) = \cos(3x)$, $x \in [-\pi, \pi]$. Allora: $\boxed{a}$ la serie di Fourier di f è di soli coseni, con infiniti termini; $\boxed{b}$ la serie di Fourier di f ha un numero finito di termini; $\boxed{c}$ la serie di Taylor di f (di centro $x_0 = 0$) ha un numero finito di termini; $\boxed{d}$ la serie di Fourier di f è di soli seni, con infiniti termini.

3. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} (-1)^n \frac{n^5 + 3^n}{3n^2 + \log n} =$ $\boxed{a}$ $+\infty$; $\boxed{b}$ $-\infty$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ non esiste.

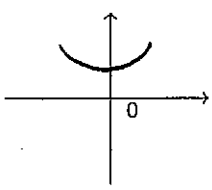
4. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua, tale che $2x^2 \leq f(x) \leq 3x^2$ per $x \in [1,2]$. Allora esiste $x_0 \in [1,2]$ tale che: $\boxed{a}$ $f(x_0) = 1/2$; $\boxed{b}$ $f(x_0) = 1$; $\boxed{c}$ $f(x_0) = 4$; $\boxed{d}$ $f(x_0) = 5/2$.

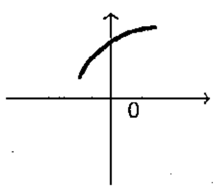
5. Quale dei seguenti numeri complessi è soluzione dell'equazione $\dfrac{4}{\bar{z}} = 1 - i$? $\boxed{a}$ $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$; $\boxed{b}$ $2 + 2i$; $\boxed{c}$ $2 - 2i$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

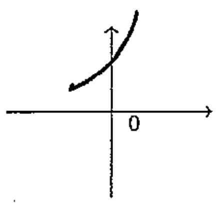
6. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{4e^{n-1}}{(3e)^n}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{5e}$; $\boxed{b}$ $\frac{4e}{5(5-e)}$; $\boxed{c}$ $\frac{2}{3e}$; $\boxed{d}$ $\frac{4e}{3(3-e)}$.

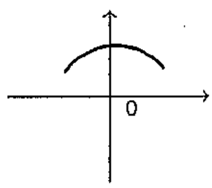
7. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua; allora $\int_1^2 x^4 f(x^2)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{\sqrt{t}}\,dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \sqrt{t} f(t)\,dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 t\sqrt{t} f(t)\,dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$.

8. Sia f una funzione continua, con derivata prima e seconda continue, tale che $f(0) = -2$, $f'(0) = -1$ e $f''(0) = 0$. Allora il grafico della funzione $g(x) = \log(2 + f^2(x))$ vicino all'origine è:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

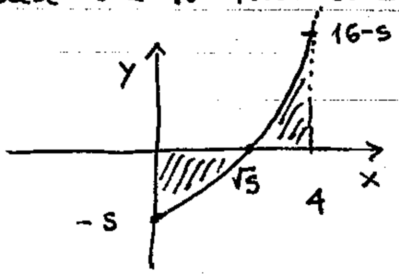
ANALISI MATEMATICA I	17 febbraio 2009

1. (6 punti)

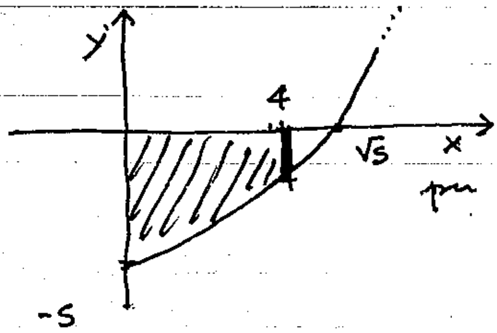
Si calcoli, in funzione del parametro $s \geq 0$, l'area $A(s)$ della regione compresa fra il grafico di $f(x) = x^2 - s$ e l'asse delle ascisse, con $0 \leq x \leq 4$. [Suggerimento: si distingua il caso $0 \leq s \leq 16$ dal caso $s > 16$.]

Si determini quindi il minimo di $A(s)$ per $s \geq 0$.

Si ha $f(x)=0$ per $x^2 = s$, cioè $x = \sqrt{s}$ ($x = -\sqrt{s} < 0$ non interessa). Dunque per $0 \leq s \leq 16$ si ha $0 \leq \sqrt{s} \leq 4$, mentre per $s > 16$ si ha $\sqrt{s} > 4$, e quindi l'area che si richiede è:



per $0 \leq s \leq 16$;



per $s > 16$

[Disegni non in scala ...]

Dunque, per $0 \leq s \leq 16$,

$$A(s) = \int_0^{\sqrt{s}} -(x^2-s)\,dx + \int_{\sqrt{s}}^{4} (x^2-s)\,dx = -\frac{x^3}{3}\Big|_0^{\sqrt{s}} + s\sqrt{s} + \frac{x^3}{3}\Big|_{\sqrt{s}}^{4} - s(4-\sqrt{s}) =$$

$$= -\frac{s\sqrt{s}}{3} + s\sqrt{s} + \frac{64}{3} - \frac{s\sqrt{s}}{3} - 4s + s\sqrt{s} = \frac{4}{3}s\sqrt{s} + \frac{64}{3} - 4s.$$

Per $s > 16$,

$$A(s) = \int_0^4 -(x^2-s)\,dx = -\frac{x^3}{3}\Big|_0^4 + 4s = 4s - \frac{64}{3}.$$

Per $s > 16$ l'area $A(s)$ è crescente. Per $s \leq 16$ si ha:

$$A'(s) = \frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{s} - 4 = 2\sqrt{s} - 4 > 0 \text{ per } \sqrt{s} > 2, \text{ ossia } s > 4.$$

Dunque $A(s)$ ha un minimo per $s = 4$, e vale $A(4) = \frac{4}{3}\cdot 4\cdot 2 + \frac{64}{3} - 16 =$

$= \frac{48}{3} = 16.$

ANALISI MATEMATICA I	17 febbraio 2009

2. (6 punti)

Per $x \geq 0$ si consideri la funzione definita da $f(x) = (1 + |6x - 2|)e^{-2x}$. Se ne disegni qualitativamente il grafico (valore per $x = 0$, limite a $+\infty$, crescenza/decrescenza; **non** è richiesto lo studio di convessità/concavità), e quindi, sempre nella semiretta $x \geq 0$, se ne determinino, se esistono, il valore di massimo assoluto e il valore di minimo assoluto.

Si ha $|6x-2| = 6x-2$ per $x \geq 1/3$, $|6x-2| = 2-6x$ per $0 \leq x < 1/3$.

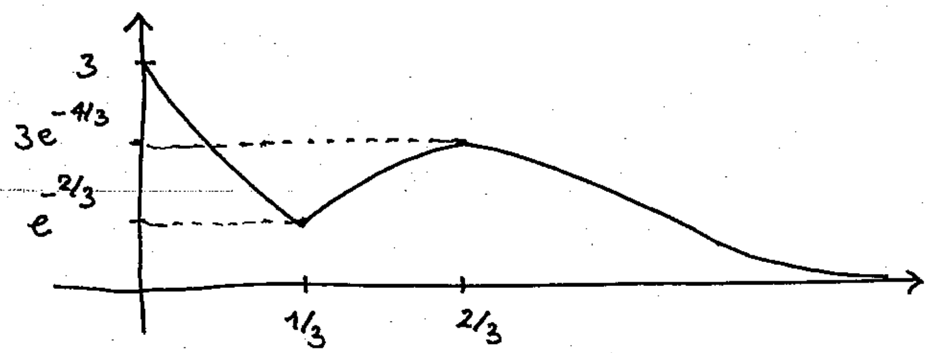
Quindi $f(x) = (6x-1)e^{-2x}$ per $x \geq 1/3$, $f(x) = (3-6x)e^{-2x}$ per $0 \leq x < 1/3$.

Allora $f(0) = 3$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (6x-1)e^{-2x} = 0$ (poiché l'esponenziale e^{2x} va più velocemente all'infinito di $(6x-1)$).

La derivata: per $x \geq 1/3$ $f'(x) = 6e^{-2x} + (6x-1)(-2)e^{-2x} = e^{-2x}4(2-3x)$, che risulta >0 per $x < 2/3$. Quindi $f(x)$ cresce per $1/3 \leq x \leq 2/3$, decresce per $x \geq 2/3$ ed ha un massimo relativo per $x = 2/3$, dove vale $f(2/3) = (6 \cdot 2/3 - 1)e^{-4/3} = 3e^{-4/3} < 3$.

Per $0 < x < 1/3$ $f'(x) = -6e^{-2x} + (3-6x)(-2)e^{-2x} = 12e^{-2x}(x-1)$, che è <0 per $x < 1$, dunque sempre per $0 < x < 1/3$. Quindi $f(x)$ decresce per $0 \leq x \leq 1/3$, e $1/3$ risulta un punto di minimo relativo con $f(1/3) = e^{-2/3}$.

Il grafico qualitativo è [non in scala...]



La funzione ha massimo assoluto per $x = 0$ e vale 3.

La funzione <u>non</u> ha minimo assoluto, poiché è sempre positiva (>0) e tende a 0 all'infinito.

[Nel punto 1/3 il grafico di f(x) ha uno spigolo: infatti

$$\lim_{x\to 1/3^-} f'(x) = 12e^{-2/3}(1/3 - 1) = -8e^{-2/3}, \quad \lim_{x\to 1/3^+} f'(x) = 4e^{-2/3}.$$]

ANALISI MATEMATICA I	17 febbraio 2009

3. (6 punti)
Per ogni $\beta > 0$ si determini esplicitamente la soluzione $y(x)$ del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} (3x^2+1)y' = y^{5/2} \\ y(0) = \beta\,. \end{cases}$$

Si calcoli quindi il valore di β per cui $\lim_{x \to +\infty} y(x) = \left(\frac{16}{3\pi^2}\right)^{1/3}$.

È un'equazione differenziale del 1° ordine, <u>non</u> lineare, a variabili separabili. Si ha

$$\left(-\frac{2}{3}\right) y^{-3/2} = \int y^{-5/2}\, dy = \int \frac{1}{3x^2+1}\, dx = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg}(\sqrt{3}\,x) + c\,.$$

$t = \sqrt{3}x$, $dt = \sqrt{3}dx$

Possiamo subito determinare c:

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \beta^{-3/2} = \left(-\frac{2}{3}\right) y(0)^{-3/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \underbrace{\operatorname{arctg}(0)}_{=0} + c = c\,.$$

Così

$$\left(-\frac{2}{3}\right) y^{-3/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg}(\sqrt{3}\,x) - \frac{2}{3}\beta^{-3/2}$$

$$y^{-3/2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{arctg}(\sqrt{3}\,x) + \beta^{-3/2}$$

$$y(x) = \frac{1}{\left[\beta^{-3/2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{arctg}(\sqrt{3}\,x)\right]^{2/3}}\,.$$

Per determinare β tale che $\lim_{x \to +\infty} y(x) = \left(\frac{16}{3\pi^2}\right)^{1/3}$ si ha $\left[\text{dato che } \lim_{x\to+\infty} \operatorname{arctg}(\sqrt{3}x) = \pi/2\right]$

$$\left(\frac{16}{3\pi^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{4}{\sqrt{3}\pi}\right)^{2/3} = \frac{1}{\left(\beta^{-3/2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\,\pi/2\right)^{2/3}},$$

quindi

$$\beta^{-3/2} - \frac{\sqrt{3}}{4}\pi = \frac{\sqrt{3}}{4}\pi\,, \quad \beta^{-3/2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\pi\,, \quad \beta = \left(\frac{2}{\sqrt{3}\pi}\right)^{2/3} = \left(\frac{4}{3\pi^2}\right)^{1/3}.$$