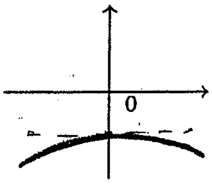
| ANALISI MATEMATICA 1 | | 18 giugno 2009 |
|---|---|---|
| **Cognome:** | **Nome:** | **Matricola:** |

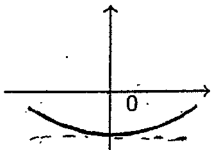
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* $-0.25$.

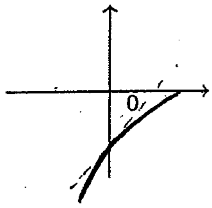
1. Quale dei seguenti è il grafico della soluzione di

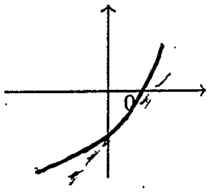
$$\begin{cases} y' = x - 2y + 2^y \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

vicino a $x = 0$?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{\times}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

2. L'area della regione di piano compresa fra il grafico di $f(x) = 8 - x^3$ e l'asse delle $x$ per $x \in [1, 4]$ è: $\boxed{a}$ 19; $\boxed{b}$ 57/2; $\boxed{\times}$ 193/4; $\boxed{d}$ 19/2.

3. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{7^n}$ è: $\boxed{a}$ 1/7; $\boxed{b}$ 1/5; $\boxed{\times}$ 1/14; $\boxed{d}$ 1/2.

4. Sia $f(t) = \log(t^3 + 2t - 2)$. Allora l'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa $f^{-1}(x)$ nel punto $(0, f^{-1}(0))$ è: $\boxed{a}$ $y = \frac{x}{7} + 1$; $\boxed{b}$ $y = \frac{x}{4} + 1$; $\boxed{\times}$ $y = \frac{x}{5} + 1$; $\boxed{d}$ $y = \frac{x}{6} + 1$.

5. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\displaystyle\int_1^2 \frac{f(x)}{e^x} dx = 1$. Allora $\displaystyle\int_0^1 e^t f(2-t) dt =$ $\boxed{a}$ $-e^2$; $\boxed{b}$ $e$; $\boxed{\times}$ $e^2$; $\boxed{d}$ $-e$.

6. L'insieme dei numeri complessi $z$ tali che $|\mathrm{Im}\, z| \leq 2$ e $|z| = |z - i|$ è: $\boxed{a}$ l'insieme vuoto; $\boxed{b}$ un segmento; $\boxed{\times}$ una retta; $\boxed{d}$ una coppia di semirette.

7. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{3e^x + 5\log x}{5e^x + 3x^3} =$ $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ 5/3; $\boxed{c}$ $+\infty$; $\boxed{\times}$ 3/5.

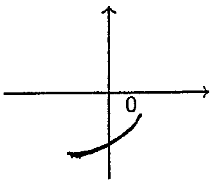
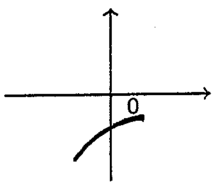
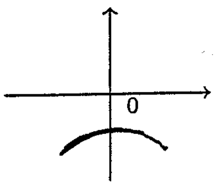
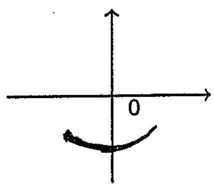
8. Siano $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ due funzioni derivabili. Quale delle seguenti affermazioni è sempre falsa? $\boxed{\times}$ $|g|$ può non essere continua; $\boxed{b}$ $|f+g|$ è continua; $\boxed{c}$ $|f+g|$ è derivabile; $\boxed{d}$ $|f|$ non è derivabile.

| ANALISI MATEMATICA 1 | | 18 giugno 2009 |
|---|---|---|
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* $-0.25$.

1. Siano $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ due funzioni derivabili. Quale delle seguenti affermazioni è sempre falsa? $\boxed{a}$ $|f+g|$ è derivabile; $\boxed{b}$ $|f|$ non è derivabile; $\boxtimes$ $|g|$ può non essere continua; $\boxed{d}$ $|f+g|$ è continua.

2. Quale dei seguenti è il grafico della soluzione di
$$\begin{cases} y' = x - 4y + 2^y \\ y(0) = -1 \end{cases}$$
vicino a $x = 0$?

$\boxed{a}$  ; $\boxtimes$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

3. L'insieme dei numeri complessi $z$ tali che $|\text{Im } z| \leq 2$ e $|z| = |z - i|$ è: $\boxtimes$ una retta; $\boxed{b}$ una coppia di semirette; $\boxed{c}$ l'insieme vuoto; $\boxed{d}$ un segmento.

4. L'area della regione di piano compresa fra il grafico di $f(x) = 8 - x^3$ e l'asse delle $x$ per $x \in [1, 4]$ è: $\boxtimes$ 193/4; $\boxed{b}$ 19/2; $\boxed{c}$ 19; $\boxed{d}$ 57/2.

5. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{5e^{-x} + 3x^4}{3e^{-x} + 5 \log x} =$ $\boxtimes$ $+\infty$; $\boxed{b}$ 3/5; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ 5/3.

6. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\displaystyle\int_1^2 \frac{f(x)}{e^x} dx = -1$. Allora $\displaystyle\int_0^1 e^t f(2-t) dt =$ $\boxed{a}$ $e^2$; $\boxed{b}$ $-e$; $\boxtimes$ $-e^2$; $\boxed{d}$ $e$.

7. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{4}{5^n}$ è: $\boxed{a}$ 1/14; $\boxed{b}$ 1/2; $\boxed{c}$ 1/7; $\boxtimes$ 1/5.

8. Sia $f(t) = \log(t^3 + 3t - 3)$. Allora l'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa $f^{-1}(x)$ nel punto $(0, f^{-1}(0))$ è: $\boxed{a}$ $y = \frac{x}{5} + 1$; $\boxtimes$ $y = \frac{x}{6} + 1$; $\boxed{c}$ $y = \frac{x}{7} + 1$; $\boxed{d}$ $y = \frac{x}{4} + 1$.

| ANALISI MATEMATICA 1 | | 18 giugno 2009 |
|---|---|---|
| **Cognome:** | **Nome:** | **Matricola:** |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

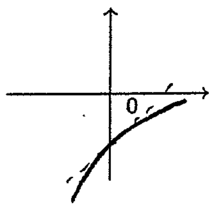
1. $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{5e^x + 3x^4}{3e^x + 5\log x} =$ $\boxtimes$ 5/3; $\boxed{b}$ $+\infty$; $\boxed{c}$ 3/5; $\boxed{d}$ 0.

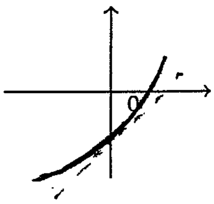
2. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\int_1^2 \frac{f(x)}{e^x} dx = 1$. Allora $\int_{-1}^0 e^t f(1-t)dt =$ $\boxtimes$ $e$; $\boxed{b}$ $e^2$; $\boxed{c}$ $-e$; $\boxed{d}$ $-e^2$.

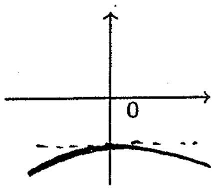
3. Quale dei seguenti è il grafico della soluzione di

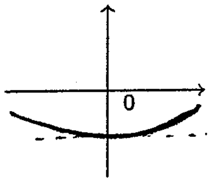
$$\begin{cases} y' = x - 2y + 2^y \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

vicino a $x = 0$?

$\boxtimes$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

4. L'insieme dei numeri complessi $z$ tali che $|\text{Im } z| \leq 2$ e $|z| = |z-1|$ è: $\boxtimes$ un segmento; $\boxed{b}$ una retta; $\boxed{c}$ una coppia di semirette; $\boxed{d}$ l'insieme vuoto.

5. Sia $f(t) = \log(t^3 + t - 1)$. Allora l'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa $f^{-1}(x)$ nel punto $(0, f^{-1}(0))$ è: $\boxtimes$ $y = \frac{x}{4} + 1$; $\boxed{b}$ $y = \frac{x}{5} + 1$; $\boxed{c}$ $y = \frac{x}{6} + 1$; $\boxed{d}$ $y = \frac{x}{7} + 1$.

6. Siano $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ due funzioni derivabili. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxtimes$ $|f+g|$ è continua; $\boxed{b}$ $|f+g|$ è derivabile; $\boxed{c}$ $|f|$ non è derivabile; $\boxed{d}$ $|g|$ può non essere continua.

7. L'area della regione di piano compresa fra il grafico di $f(x) = 2 - 2x^3$ e l'asse delle $x$ per $x \in [-2, 2]$ è: $\boxed{a}$ 57/2; $\boxed{b}$ 193/4; $\boxed{c}$ 19/2; $\boxtimes$ 19.

8. La somma della serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{6}{7^n}$ è: $\boxed{a}$ 1/5; $\boxed{b}$ 1/14; $\boxed{c}$ 1/2; $\boxtimes$ 1/7.

| ANALISI MATEMATICA 1 | | 18 giugno 2009 |
|---|---|---|
| **Cognome:** | **Nome:** | **Matricola:** |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Sia $f(t) = \log(t^3 + 4t - 4)$. Allora l'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa $f^{-1}(x)$ nel punto $(0, f^{-1}(0))$ è: $\boxtimes$ $y = \frac{x}{7} + 1$; $\boxed{b}$ $y = \frac{x}{4} + 1$; $\boxed{c}$ $y = \frac{x}{5} + 1$; $\boxed{d}$ $y = \frac{x}{6} + 1$.

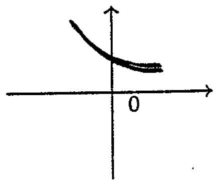
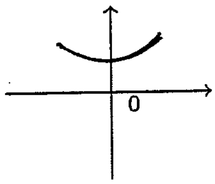
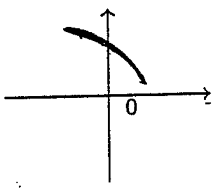
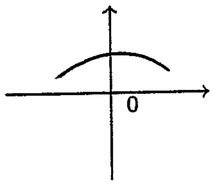
2. Siano $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ due funzioni derivabili. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $|g|$ può non essere continua; $\boxtimes$ $|f+g|$ è continua; $\boxed{c}$ $|f+g|$ è derivabile; $\boxed{d}$ $|f|$ non è derivabile.

3. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\displaystyle\int_1^2 \frac{f(x)}{e^x}dx = -1$. Allora $\displaystyle\int_{-1}^0 e^t f(1-t)dt =$
$\boxed{a}$ $-e^2$; $\boxed{b}$ $e$; $\boxed{c}$ $e^2$; $\boxtimes$ $-e$.

4. Quale dei seguenti è il grafico della soluzione di

$$\begin{cases} y' = x - 4y + 2^y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

vicino a $x = 0$?

$\boxtimes$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

5. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{10}{5^n}$ è: $\boxed{a}$ 1/7; $\boxed{b}$ 1/5; $\boxed{c}$ 1/14; $\boxtimes$ 1/2.

6. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{3e^{-x} + 5\log x}{5e^{-x} + 3x^3} =$ $\boxtimes$ 0; $\boxed{b}$ 5/3; $\boxed{c}$ $+\infty$; $\boxed{d}$ 3/5.

7. L'insieme dei numeri complessi $z$ tali che $|\text{Im } z| \geq 2$ e $|z| = |z - i|$ è: $\boxtimes$ l'insieme vuoto; $\boxed{b}$ un segmento; $\boxed{c}$ una retta; $\boxed{d}$ una coppia di semirette.

8. L'area della regione di piano compresa fra il grafico di $f(x) = x^3 - 8$ e l'asse delle $x$ per $x \in [-1, 3]$ è: $\boxed{a}$ 19; $\boxtimes$ 57/2; $\boxed{c}$ 193/4; $\boxed{d}$ 19/2.

| ANALISI MATEMATICA 1 | | 18 giugno 2009 |
|---|---|---|
| **Cognome:** | **Nome:** | **Matricola:** |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. L'insieme dei numeri complessi $z$ tali che $|\mathrm{Im}\, z| \geq 2$ e $|z| = |z-1|$ è: $\boxed{a}$ un segmento; $\boxed{b}$ una retta; $\boxtimes$ una coppia di semirette; $\boxed{d}$ l'insieme vuoto.

2. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{10}{5^n}$ è: $\boxed{a}$ 1/5; $\boxed{b}$ 1/14; $\boxtimes$ 1/2; $\boxed{d}$ 1/7.

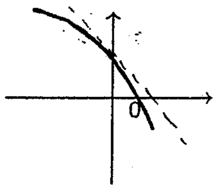
3. Sia $f(t) = \log(t^3 + 3t - 3)$. Allora l'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa $f^{-1}(x)$ nel punto $(0, f^{-1}(0))$ è: $\boxed{a}$ $y = \frac{x}{4} + 1$; $\boxed{b}$ $y = \frac{x}{5} + 1$; $\boxtimes$ $y = \frac{x}{6} + 1$; $\boxed{d}$ $y = \frac{x}{7} + 1$.

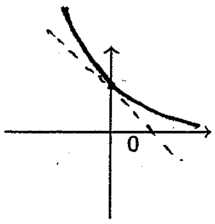
4. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{3e^{-x} + 5\log x}{5e^{-x} + 3x^3} =$ $\boxed{a}$ 5/3; $\boxed{b}$ $+\infty$; $\boxed{c}$ 3/5; $\boxtimes$ 0.

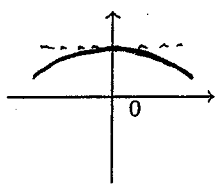
5. Quale dei seguenti è il grafico della soluzione di

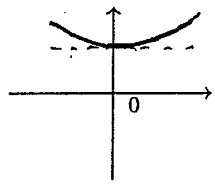
$$\begin{cases} y' = x - 4y + 2^y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

vicino a $x = 0$?

$\boxed{a}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

6. L'area della regione di piano compresa fra il grafico di $f(x) = 2x^3 - 2$ e l'asse delle $x$ per $x \in [-1, 2]$ è: $\boxed{a}$ 57/2; $\boxed{b}$ 193/4; $\boxtimes$ 19/2; $\boxed{d}$ 19.

7. Siano $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ due funzioni derivabili. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxtimes$ $|f + g|$ è continua; $\boxed{b}$ $|f + g|$ è derivabile; $\boxed{c}$ $|f|$ non è derivabile; $\boxed{d}$ $|g|$ può non essere continua.

8. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\displaystyle\int_1^2 \frac{f(x)}{e^x}dx = -1$. Allora $\displaystyle\int_{-1}^0 e^t f(1-t)dt =$ $\boxed{a}$ $e$; $\boxed{b}$ $e^2$; $\boxtimes$ $-e$; $\boxed{d}$ $-e^2$.

| ANALISI MATEMATICA 1 | | 18 giugno 2009 |
| --- | --- | --- |
| Cognome: | Nome: | Matricola: |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\displaystyle\int_1^2 \frac{f(x)}{e^x}dx = 1$. Allora $\displaystyle\int_{-1}^0 e^t f(1-t)dt =$
$\boxed{a}$ $-e$; $\boxed{b}$ $-e^2$; ☒ $e$; $\boxed{d}$ $e^2$.

2. L'insieme dei numeri complessi $z$ tali che $|\mathrm{Im}\, z| \le 2$ e $|z| = |z-1|$ è: $\boxed{a}$ una coppia di semirette; $\boxed{b}$ l'insieme vuoto; ☒ un segmento; $\boxed{d}$ una retta.

3. L'area della regione di piano compresa fra il grafico di $f(x) = x^3 - 8$ e l'asse delle $x$ per $x \in [-1, 3]$ è: $\boxed{a}$ 19/2; $\boxed{b}$ 19; ☒ 57/2; $\boxed{d}$ 193/4.

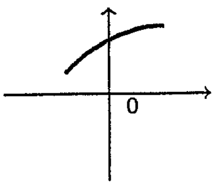
4. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{4}{5^n}$ è: $\boxed{a}$ 1/2; $\boxed{b}$ 1/7; ☒ 1/5; $\boxed{d}$ 1/14.

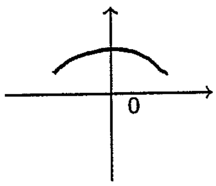
5. Siano $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ due funzioni derivabili. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $|f|$ non è derivabile; $\boxed{b}$ $|g|$ può non essere continua; ☒ $|f+g|$ è continua; $\boxed{d}$ $|f+g|$ è derivabile.

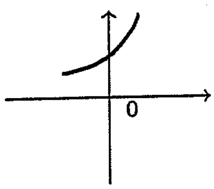
6. Quale dei seguenti è il grafico della soluzione di

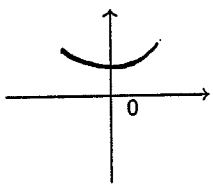
$$\begin{cases} y' = x - 2y + 2^y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

vicino a $x = 0$?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; ☒ 

.

7. Sia $f(t) = \log(t^3 + t - 1)$. Allora l'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa $f^{-1}(x)$ nel punto $(0, f^{-1}(0))$ è: $\boxed{a}$ $y = \frac{x}{6} + 1$; $\boxed{b}$ $y = \frac{x}{7} + 1$; ☒ $y = \frac{x}{4} + 1$; $\boxed{d}$ $y = \frac{x}{5} + 1$.

8. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{5e^x + 3x^4}{3e^x + 5\log x} =$ $\boxed{a}$ 3/5; $\boxed{b}$ 0; ☒ 5/3; $\boxed{d}$ $+\infty$.

| ANALISI MATEMATICA 1 | | 18 giugno 2009 |
|---|---|---|
| **Cognome:** | **Nome:** | **Matricola:** |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. La somma della serie $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{7^n}$ è: $\boxed{a}$ 1/2; $\boxed{b}$ 1/7; $\boxed{c}$ 1/5; $\boxed{d}$ 1/14.

2. $\lim_{x\to+\infty} \frac{3e^x + 5\log x}{5e^x + 3x^3} =$ $\boxed{a}$ 3/5; $\boxed{b}$ 0; $\boxed{c}$ 5/3; $\boxed{d}$ $+\infty$.

3. Siano $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ due funzioni derivabili. Quale delle seguenti affermazioni è sempre falsa? $\boxed{a}$ $|f|$ non è derivabile; $\boxed{b}$ $|g|$ può non essere continua; $\boxed{c}$ $|f+g|$ è continua; $\boxed{d}$ $|f+g|$ è derivabile.

4. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\int_1^2 \frac{f(x)}{e^x}dx = 1$. Allora $\int_0^1 e^t f(2-t)dt =$ $\boxed{a}$ $-e$; $\boxed{b}$ $-e^2$; $\boxed{c}$ $e$; $\boxed{d}$ $e^2$.

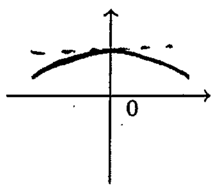
5. L'area della regione di piano compresa fra il grafico di $f(x) = 2x^3 - 2$ e l'asse delle $x$ per $x \in [-1, 2]$ è: $\boxed{a}$ 19/2; $\boxed{b}$ 19; $\boxed{c}$ 57/2; $\boxed{d}$ 193/4.

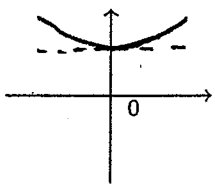
6. Sia $f(t) = \log(t^3 + 2t - 2)$. Allora l'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa $f^{-1}(x)$ nel punto $(0, f^{-1}(0))$ è: $\boxed{a}$ $y = \frac{x}{6} + 1$; $\boxed{b}$ $y = \frac{x}{7} + 1$; $\boxed{c}$ $y = \frac{x}{4} + 1$; $\boxed{d}$ $y = \frac{x}{5} + 1$.

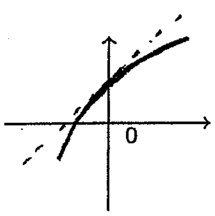
7. Quale dei seguenti è il grafico della soluzione di

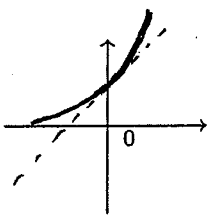
$$\begin{cases} y' = x - 2y + 2^y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

vicino a $x = 0$?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

8. L'insieme dei numeri complessi $z$ tali che $|\text{Im } z| \geq 2$ e $|z| = |z-1|$ è: $\boxed{a}$ una coppia di semirette; $\boxed{b}$ l'insieme vuoto; $\boxed{c}$ un segmento; $\boxed{d}$ una retta.

| ANALISI MATEMATICA 1 | | 18 giugno 2009 |
|---|---|---|
| **Cognome:** | **Nome:** | **Matricola:** |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. L'area della regione di piano compresa fra il grafico di $f(x) = 2 - 2x^3$ e l'asse delle $x$ per $x \in [-2, 2]$ è: $\boxed{a}$ 193/4; $\boxed{b}$ 19/2; $\boxtimes$ 19; $\boxed{d}$ 57/2.

2. Sia $f(t) = \log(t^3 + 4t - 4)$. Allora l'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa $f^{-1}(x)$ nel punto $(0, f^{-1}(0))$ è: $\boxed{a}$ $y = \frac{x}{5} + 1$; $\boxed{b}$ $y = \frac{x}{6} + 1$; $\boxtimes$ $y = \frac{x}{7} + 1$; $\boxed{d}$ $y = \frac{x}{4} + 1$.

3. $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{5e^{-x} + 3x^4}{3e^{-x} + 5\log x} =$ $\boxtimes$ $+\infty$; $\boxed{b}$ 3/5; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ 5/3.

4. Siano $f, g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ due funzioni derivabili. Quale delle seguenti affermazioni è sempre falsa? $\boxed{a}$ $|f+g|$ è derivabile; $\boxed{b}$ $|f|$ non è derivabile; $\boxtimes$ $|g|$ può non essere continua; $\boxed{d}$ $|f+g|$ è continua.

5. L'insieme dei numeri complessi $z$ tali che $|\mathrm{Im}\, z| \geq 2$ e $|z| = |z - i|$ è: $\boxed{a}$ una retta; $\boxed{b}$ una coppia di semirette; $\boxtimes$ l'insieme vuoto; $\boxed{d}$ un segmento.

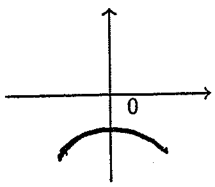
6. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{6}{7^n}$ è: $\boxed{a}$ 1/14; $\boxed{b}$ 1/2; $\boxtimes$ 1/7; $\boxed{d}$ 1/5.

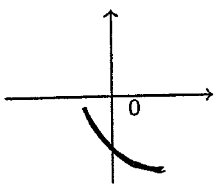
7. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\displaystyle\int_1^2 \frac{f(x)}{e^x} dx = -1$. Allora $\displaystyle\int_0^1 e^t f(2-t)dt =$ $\boxed{a}$ $e^2$; $\boxed{b}$ $-e$; $\boxtimes$ $-e^2$; $\boxed{d}$ $e$.

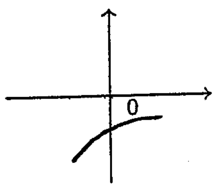
8. Quale dei seguenti è il grafico della soluzione di

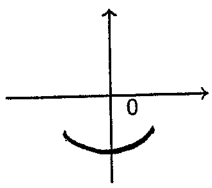
$$\begin{cases} y' = x - 4y + 2^y \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

vicino a $x = 0$?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{d}$ 

.

| ANALISI MATEMATICA I | 18 giugno 2009 |
|---|---|

**1. (6 punti)**
Si calcoli il volume del solido ottenuto facendo ruotare l'insieme

$$\{(x,y)\,|\,1 \leq x \leq 2\,,\, 0 \leq y \leq e^x\sqrt{x-1}\}$$

attorno all'asse $x$.

Il volume si ottiene dalla formula $V = \pi \int_1^2 \left(e^x\sqrt{x-1}\right)^2 dx$.

Dunque

$$\pi \int_1^2 e^{2x}(x-1)\,dx \overset{\text{per parti}}{=} \pi\left[\frac{1}{2}e^{2x}(x-1)\Big|_1^2 - \frac{1}{2}\int_1^2 e^{2x}dx\right] =$$

$$= \pi\left(\frac{1}{2}e^{2x}(x-1) - \frac{1}{4}e^{2x}\right)\Big|_1^2 = \frac{\pi}{2}\left(e^{2x}x - \frac{3}{2}e^{2x}\right)\Big|_1^2 =$$

$$= \frac{\pi}{2}\left(2e^4 - \frac{3}{2}e^4 - e^2 + \frac{3}{2}e^2\right) = \frac{\pi}{4}\left(e^4+e^2\right).$$

| ANALISI MATEMATICA I | 18 giugno 2009 |
|---|---|

**2. (6 punti)**
Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = (x - 3/2)^2 \, e^{|x-9/2|} .$$

Si determinino gli eventuali massimi e minimi relativi ed assoluti per $x \geq \frac{1}{2}$.

Siccome $|x-9/2| = x-9/2$ per $x \geq 9/2$, $|x-9/2| = -x+9/2$ per $x \leq 9/2$, consideriamo

$$f(x) = \begin{cases} (x-3/2)^2 e^{x-9/2} & \text{per } x \geq 9/2 \\ (x-3/2)^2 e^{-x+9/2} & \text{per } 1/2 \leq x \leq 9/2 . \end{cases}$$

Si ha $f(1/2) = (1/2 - 3/2)^2 e^{-1/2+9/2} = e^4$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (x-3/2)^2 e^{x-9/2} = +\infty$.

Calcoliamo la derivata prima:

<u>per $x > 9/2$</u>, $f'(x) = e^{x-9/2}\left(2(x-3/2) + (x-3/2)^2\right) = e^{x-9/2}(x-3/2)(2+x-3/2)$,
che si annulla per $x = 3/2$ e $x = -1/2$, ed è positiva per $x < -1/2$ e $x > 3/2$.
Siccome abbiamo $x > 9/2$, in questa zona $f'(x) > 0$ ed $f$ <u>cresce</u>.

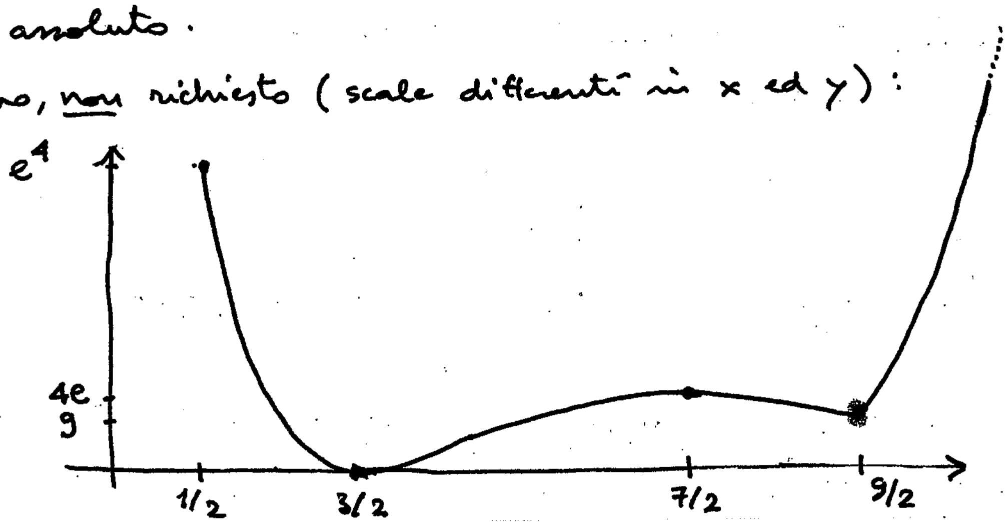
<u>per $x < 9/2$</u>, $f'(x) = e^{-x+9/2}\left(2(x-3/2) - (x-3/2)^2\right) = e^{-x+9/2}(x-3/2)(2-x+3/2)$,
che si annulla per $x = 3/2$ e $x = 7/2$, ed è positiva per $3/2 < x < 7/2$.
Quindi $f(x)$ <u>decresce</u> per $1/2 \leq x < 3/2$ e $7/2 < x < 9/2$, <u>cresce</u> per $3/2 < x < 7/2$.

In conclusione, $x = 1/2$ è punto di massimo relativo, $x = 3/2$ punto di minimo relativo, $x = 7/2$ punto di massimo relativo, $x = 9/2$ punto di minimo relativo. Si ha

$$f(1/2) = e^4 , \quad f(3/2) = 0 , \quad f(7/2) = 4e , \quad f(9/2) = 9 .$$

Siccome $f(x) \geq 0$ $\forall x \geq 1/2$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $x = 3/2$ è punto di minimo assoluto, mentre $x = 9/2$ è di minimo relativo ma <u>non</u> assoluto, e $x = 1/2$ e $x = 7/2$ sono punti di massimo relativo ma <u>non</u> assoluto.

[ Disegno, <u>non</u> richiesto (scale differenti in x ed y):




. ]

| ANALISI MATEMATICA I | 18 giugno 2009 |
|---|---|

**3.** (6 punti)
Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 8y = \alpha \sin(2t) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0\,. \end{cases}$$

Esistono valori di $\alpha$ per i quali $\lim_{t\to+\infty} y(t) = 0$?

È un'equazione lineare del II° ordine, a coefficienti costanti, non-omogenea. Cominciamo dalla <u>soluzione dell'equazione omogenea</u>. Troviamo le radici del polinomio associato:

$$r^2 + 4r + 8 = 0 \quad \text{per} \quad r = -2 \mp \sqrt{4-8} = -2 \mp 2i$$

Dunque la soluzione dell'omogenea è

$$y_0(t) = c_1 e^{-2t}\cos(2t) + c_2 e^{-2t}\operatorname{sen}(2t).$$

Il termine noto $\alpha \operatorname{sen}(2t)$ non è soluzione dell'omogenea. Dunque per trovare la <u>soluzione particolare</u> proviamo con

$$y_*(t) = A\cos(2t) + B\operatorname{sen}(2t) \to y_*'(t) = -2A\operatorname{sen}(2t) + 2B\cos(2t)$$
$$y_*''(t) = -4A\cos(2t) - 4B\operatorname{sen}(2t).$$

Dunque

$$y_*'' + 4y_*' + 8y_* = -4A\cos(2t) - 4B\operatorname{sen}(2t) - 8A\operatorname{sen}(2t) + 8B\cos(2t) + 8A\cos(2t) + 8B\operatorname{sen}(2t) = (4A+8B)\cos(2t) + (4B-8A)\operatorname{sen}(2t).$$

Imponiamo

$$\begin{cases} 4B - 8A = \alpha \\ 4A + 8B = 0 \end{cases} \to A = -2B \qquad 4B - 8(-2B) = 20B = \alpha \to B = \alpha/20 \qquad A = -\alpha/10.$$

La soluzione generale è quindi

$$y(t) = c_1 e^{-2t}\cos(2t) + c_2 e^{-2t}\operatorname{sen}(2t) - \frac{\alpha}{10}\cos(2t) + \frac{\alpha}{20}\operatorname{sen}(2t).$$

Quindi

$$y'(t) = -2c_1 e^{-2t}\cos(2t) - 2c_1 e^{-2t}\operatorname{sen}(2t) - 2c_2 e^{-2t}\operatorname{sen}(2t) + 2c_2 e^{-2t}\cos(2t) + \frac{\alpha}{10}\cdot 2\operatorname{sen}(2t) + \frac{\alpha}{20}\cdot 2\cos(2t).$$

Imponendo i dati di Cauchy viene

$$1 = y(0) = c_1 - \frac{\alpha}{10} \quad \to \quad c_1 = 1 + \frac{\alpha}{10}$$
$$0 = y'(0) = -2c_1 + 2c_2 + \frac{\alpha}{10} \qquad 0 = -2 - \frac{\alpha}{5} + 2c_2 + \frac{\alpha}{10} \to c_2 = 1 + \frac{\alpha}{20},$$

e la soluzione è

$$\boxed{y(t) = \left(1+\frac{\alpha}{10}\right)e^{-2t}\cos(2t) + \left(1+\frac{\alpha}{20}\right)e^{-2t}\operatorname{sen}(2t) - \frac{\alpha}{10}\cos(2t) + \frac{\alpha}{20}\operatorname{sen}(2t).}$$

I primi due addendi $\to 0$ all'infinito ($e^{-2t} \to 0$), il terzo e il quarto solo se <u>$\alpha = 0$</u>.