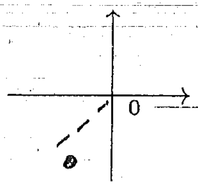
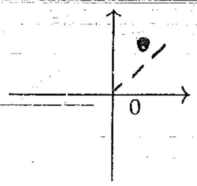
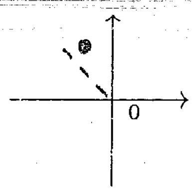
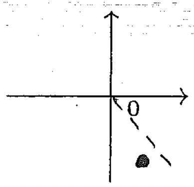
ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2014
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Se $z = -1 + \sqrt{3}\,i$, quale dei numeri complessi rappresentati nelle figure è z^4?

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxtimes$  ; $\boxed{d}$  .

2. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua e siano $L_+ = \lim_{x\to+\infty} f(x)$, $L_- = \lim_{x\to-\infty} f(x)$. Se $f(0) = L_+ = L_-$, allora $\boxed{a}$ f ha certamente massimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere minimo assoluto; $\boxed{b}$ f ha certamente minimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere massimo assoluto; $\boxtimes$ f ha certamente sia massimo assoluto che minimo assoluto su $\mathbf{R}$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte.

3. Il polinomio di Taylor–MacLaurin di terzo grado con centro $x_0 = 0$ di $f(x) = e^{x^2-3x} - 1$ è: $\boxed{a}$ $-3x - \frac{7}{2}x^2 - 6x^3$; $\boxed{b}$ $-3x - \frac{11}{2}x^2 - 12x^3$; $\boxtimes$ $-3x + \frac{11}{2}x^2 - \frac{15}{2}x^3$; $\boxed{d}$ $-3x + \frac{7}{2}x^2 - \frac{3}{2}x^3$.

4. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x - \log(1+\sin x)}{2x - \log(1+2x)} =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{9}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3}$; $\boxtimes$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{8}$.

5. Sia $p : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ un polinomio di terzo grado con $p(-2) = 0, p(0) = 0$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ p si annulla in un altro punto diverso da -2 e 0 ; $\boxtimes$ p' si annulla esattamente due volte; $\boxed{c}$ $\lim_{x\to+\infty} p(x) = -\infty$; $\boxed{d}$ $\lim_{x\to+\infty} p(x) = +\infty$.

6. Il minimo grado N del polinomio di Taylor necessario ad approssimare $\cos\frac{1}{100}$ fino alla sesta cifra decimale è: $\boxtimes$ $N = 2$; $\boxed{b}$ $N = 4$; $\boxed{c}$ $N = 6$; $\boxed{d}$ $N = 8$.

7. Siano $g(y) = \sqrt{3-y^2}$, $f(x) = \sin(4x)$ e $x_0 = \frac{\pi}{6}$. Allora $(g \circ f)'(x_0) =$ $\boxed{a}$ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$; $\boxed{b}$ $-\frac{1}{\sqrt{5}}$; $\boxtimes$ $\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\boxed{d}$ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

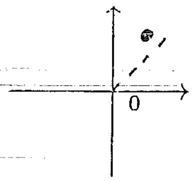
8. L'area della regione del piano $\{(x,y) | x \in [-2,2],\ x^2 - 4 \le y \le -3x^2\}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{9}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{11}{6}$; $\boxtimes$ $\frac{16}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{32}{3}$.

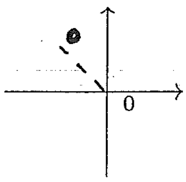
ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2014
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

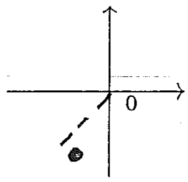
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

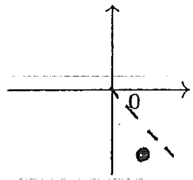
1. L'area della regione del piano $\{(x,y)|x \in [-2,2],\ x^2-4 \le y \le x-2\}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{16}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{32}{3}$; $\boxtimes$ $\frac{9}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{11}{6}$.

2. Se $z = 1-\sqrt{3}\,i$, quale dei numeri complessi rappresentati nelle figure è z^4?

$\boxed{a}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

3. Il minimo grado N del polinomio di Taylor necessario ad approssimare $\cos\frac{1}{10}$ fino alla terza cifra decimale è: $\boxed{a}$ $N=6$; $\boxed{b}$ $N=8$; $\boxtimes$ $N=2$; $\boxed{d}$ $N=4$.

4. Sia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ una funzione continua e siano $L_+ = \lim_{x\to+\infty} f(x)$, $L_- = \lim_{x\to-\infty} f(x)$. Se $f(0) > L_+$ e $f(0) > L_-$, allora $\boxed{a}$ f ha certamente sia massimo assoluto che minimo assoluto su $\mathbf{R}$; $\boxed{b}$ nessuna delle altre tre risposte; $\boxtimes$ f ha certamente massimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere minimo assoluto; $\boxed{d}$ f ha certamente minimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere massimo assoluto.

5. Siano $g(y)=\sqrt{2-y^2}$, $f(x)=\sin(2x)$ e $x_0=\frac{\pi}{3}$. Allora $(g\circ f)'(x_0) =$ $\boxed{a}$ $\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\boxed{b}$ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$; $\boxtimes$ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$; $\boxed{d}$ $-\frac{1}{\sqrt{5}}$.

6. Sia $p:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ un polinomio di terzo grado con $p(1)=0, p(2)=0$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} p(x) = -\infty$; $\boxed{b}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} p(x) = +\infty$; $\boxed{c}$ p si annulla in un altro punto diverso da 1 e 2 ; $\boxtimes$ p' si annulla esattamente due volte.

7. Il polinomio di Taylor–MacLaurin di terzo grado con centro $x_0=0$ di $f(x)=\log(1+x^2-3x)$ è: $\boxed{a}$ $-3x+\frac{11}{2}x^2-\frac{15}{2}x^3$; $\boxed{b}$ $-3x+\frac{7}{2}x^2-\frac{3}{2}x^3$; $\boxtimes$ $-3x-\frac{7}{2}x^2-6x^3$; $\boxed{d}$ $-3x-\frac{11}{2}x^2-12x^3$.

8. $\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos(\sin x)}{1-\cos(2x)} =$ $\boxtimes$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{8}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{9}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}$.

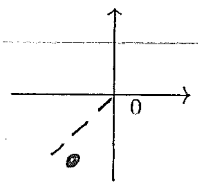
ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2014
~~Cognome:~~	~~Nome:~~	Matricola:
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

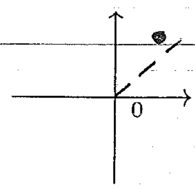
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

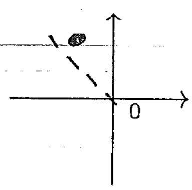
1. Siano $g(y) = \sqrt{3-y^2}$, $f(x) = \sin(4x)$ e $x_0 = \frac{\pi}{6}$. Allora $(g \circ f)'(x_0) =$ $\boxed{a}$ $-\frac{1}{\sqrt{5}}$; $\boxtimes$ $\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\boxed{c}$ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$; $\boxed{d}$ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

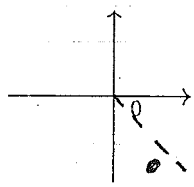
2. Sia $p : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ un polinomio di terzo grado con $p(0) = 0, p(3) = 0$. Allora è sempre vero che: $\boxtimes$ p' si annulla esattamente due volte; $\boxed{b}$ $\lim_{x\to+\infty} p(x) = -\infty$; $\boxed{c}$ $\lim_{x\to+\infty} p(x) = +\infty$; $\boxed{d}$ p si annulla in un altro punto diverso da 0 e 3 .

3. Se $z = -1 + \sqrt{3}\,i$, quale dei numeri complessi rappresentati nelle figure è z^4?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{d}$ 

.

4. Il minimo grado N del polinomio di Taylor necessario ad approssimare $\cos\frac{1}{10}$ fino alla terza cifra decimale è: $\boxed{a}$ $N = 4$; $\boxed{b}$ $N = 6$; $\boxed{c}$ $N = 8$; $\boxtimes$ $N = 2$.

5. $\lim_{x\to 0} \dfrac{x - \log(1+\sin x)}{2x - \log(1+2x)} =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{3}$; $\boxtimes$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{8}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{9}$.

6. L'area della regione del piano $\{(x,y) | x \in [-2,2],\ x^2 - 4 \le y \le -3x^2\}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{11}{6}$; $\boxtimes$ $\frac{16}{3}$; $\boxed{c}$ $\frac{32}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{9}{2}$.

7. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua e siano $L_+ = \lim_{x\to+\infty} f(x)$, $L_- = \lim_{x\to-\infty} f(x)$. Se $f(0) = L_+ = L_-$, allora $\boxed{a}$ f ha certamente minimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere massimo assoluto; $\boxtimes$ f ha certamente sia massimo assoluto che minimo assoluto su $\mathbf{R}$; $\boxed{c}$ nessuna delle altre tre risposte; $\boxed{d}$ f ha certamente massimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere minimo assoluto.

8. Il polinomio di Taylor–MacLaurin di terzo grado con centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \log(1-x^2-3x)$ è: $\boxtimes$ $-3x - \frac{11}{2}x^2 - 12x^3$; $\boxed{b}$ $-3x + \frac{11}{2}x^2 - \frac{15}{2}x^3$; $\boxed{c}$ $-3x + \frac{7}{2}x^2 - \frac{3}{2}x^3$; $\boxed{d}$ $-3x - \frac{7}{2}x^2 - 6x^3$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2014
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

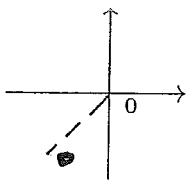
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

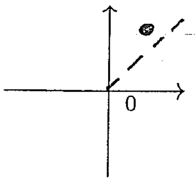
1. $\lim_{x\to 0} \frac{x - \sin(\log(1+x))}{3x - \log(1+3x)} =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{9}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{8}$.

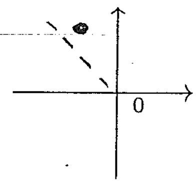
2. L'area della regione del piano $\{(x,y)|x \in [-2,2],\ -3x^2 \le y \le x^2 - 4\}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{9}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{11}{6}$; $\boxed{c}$ $\frac{16}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{32}{3}$.

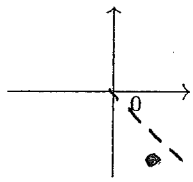
3. Sia $p : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ un polinomio di terzo grado con $p(-2) = 0, p(0) = 0$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ p si annulla in un altro punto diverso da -2 e 0 ; $\boxed{b}$ p' si annulla esattamente due volte; $\boxed{c}$ $\lim_{x\to+\infty} p(x) = -\infty$; $\boxed{d}$ $\lim_{x\to+\infty} p(x) = +\infty$.

4. Se $z = -1 - \sqrt{3}\,i$, quale dei numeri complessi rappresentati nelle figure è z^4?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

5. Il polinomio di Taylor–MacLaurin di terzo grado con centro $x_0 = 0$ di $f(x) = e^{-x^2-3x} - 1$ è: $\boxed{a}$ $-3x - \frac{7}{2}x^2 - 6x^3$; $\boxed{b}$ $-3x - \frac{11}{2}x^2 - 12x^3$; $\boxed{c}$ $-3x + \frac{11}{2}x^2 - \frac{15}{2}x^3$; $\boxed{d}$ $-3x + \frac{7}{2}x^2 - \frac{3}{2}x^3$.

6. Siano $g(y) = \sqrt{4 - y^2}$, $f(x) = \cos(2x)$ e $x_0 = \frac{\pi}{3}$. Allora $(g \circ f)'(x_0) =$ $\boxed{a}$ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$; $\boxed{b}$ $-\frac{1}{\sqrt{5}}$; $\boxed{c}$ $\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\boxed{d}$ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

7. Il minimo grado N del polinomio di Taylor necessario ad approssimare $\cos\frac{1}{10}$ fino alla sesta cifra decimale è: $\boxed{a}$ $N = 2$; $\boxed{b}$ $N = 4$; $\boxed{c}$ $N = 6$; $\boxed{d}$ $N = 8$.

8. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua e siano $L_+ = \lim_{x\to+\infty} f(x)$, $L_- = \lim_{x\to-\infty} f(x)$. Se $f(0) > L_+$ e $f(0) > L_-$, allora $\boxed{a}$ f ha certamente massimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere minimo assoluto; $\boxed{b}$ f ha certamente minimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere massimo assoluto; $\boxed{c}$ f ha certamente sia massimo assoluto che minimo assoluto su $\mathbf{R}$; $\boxed{d}$ nessuna delle altre tre risposte.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2014
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		Test |Es1 |Es2 |Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

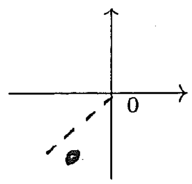
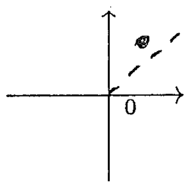
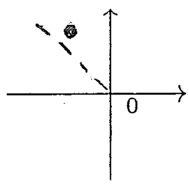
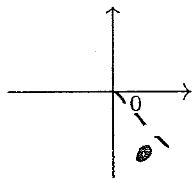
1. Il minimo grado N del polinomio di Taylor necessario ad approssimare $\cos\frac{1}{100}$ fino alla decima cifra decimale è: $\boxtimes$ $N=4$; $\boxed{b}$ $N=6$; $\boxed{c}$ $N=8$; $\boxed{d}$ $N=2$.

2. Il polinomio di Taylor–MacLaurin di terzo grado con centro $x_0=0$ di $f(x)=e^{-x^2-3x}-1$ è: $\boxed{a}$ $-3x-\frac{11}{2}x^2-12x^3$; $\boxed{b}$ $-3x+\frac{11}{2}x^2-\frac{15}{2}x^3$; $\boxtimes$ $-3x+\frac{7}{2}x^2-\frac{3}{2}x^3$; $\boxed{d}$ $-3x-\frac{7}{2}x^2-6x^3$.

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin(\log(1+x))}{3x-\log(1+3x)}=$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{8}$; $\boxtimes$ $\frac{1}{9}$.

4. Siano $g(y)=\sqrt{2+y^2}$, $f(x)=\cos(4x)$ e $x_0=\frac{\pi}{6}$. Allora $(g\circ f)'(x_0)=$ $\boxed{a}$ $-\frac{1}{\sqrt{5}}$; $\boxtimes$ $\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\boxed{c}$ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$; $\boxed{d}$ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

5. Se $z=-1-\sqrt{3}\,i$, quale dei numeri complessi rappresentati nelle figure è z^4?

$\boxtimes$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

6. Sia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ una funzione continua e siano $L_+=\lim_{x\to+\infty}f(x)$, $L_-=\lim_{x\to-\infty}f(x)$. Se $L_-<f(0)<L_+$, allora $\boxed{a}$ f ha certamente minimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere massimo assoluto; $\boxed{b}$ f ha certamente sia massimo assoluto che minimo assoluto su $\mathbf{R}$; $\boxtimes$ nessuna delle altre tre risposte; $\boxed{d}$ f ha certamente massimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere minimo assoluto.

7. L'area della regione del piano $\{(x,y)|x\in[-2,2],\ -3x^2\le y\le x^2-4\}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{11}{6}$; $\boxed{b}$ $\frac{16}{3}$; $\boxtimes$ $\frac{32}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{9}{2}$.

8. Sia $p:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ un polinomio di terzo grado con $p(0)=0, p(3)=0$. Allora è sempre vero che: $\boxtimes$ p' si annulla esattamente due volte; $\boxed{b}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}p(x)=-\infty$; $\boxed{c}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}p(x)=+\infty$; $\boxed{d}$ p si annulla in un altro punto diverso da 0 e 3 .

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2014
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Sia $p : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ un polinomio di terzo grado con $p(-1) = 0, p(4) = 0$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} p(x) = +\infty$; $\boxed{b}$ p si annulla in un altro punto diverso da -1 e 4 ; $\boxed{\times}$ p' si annulla esattamente due volte; $\boxed{d}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} p(x) = -\infty$.

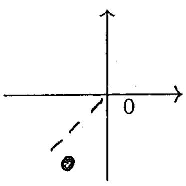
2. Il minimo grado N del polinomio di Taylor necessario ad approssimare $\cos\frac{1}{10}$ fino alla sesta cifra decimale è: $\boxed{a}$ $N = 8$; $\boxed{b}$ $N = 2$; $\boxed{\times}$ $N = 4$; $\boxed{d}$ $N = 6$.

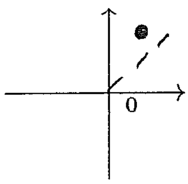
3. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua e siano $L_+ = \lim_{x\to+\infty} f(x)$, $L_- = \lim_{x\to-\infty} f(x)$. Se $f(0) < L_+$ e $f(0) < L_-$, allora $\boxed{a}$ nessuna delle altre tre risposte; $\boxed{b}$ f ha certamente massimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere minimo assoluto; $\boxed{\times}$ f ha certamente minimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere massimo assoluto; $\boxed{d}$ f ha certamente sia massimo assoluto che minimo assoluto su $\mathbf{R}$.

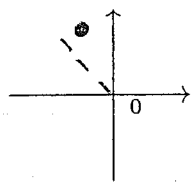
4. Il polinomio di Taylor–MacLaurin di terzo grado con centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \log(1-x^2-3x)$ è: $\boxed{a}$ $-3x+\frac{7}{2}x^2-\frac{3}{2}x^3$; $\boxed{b}$ $-3x-\frac{7}{2}x^2-6x^3$; $\boxed{\times}$ $-3x-\frac{11}{2}x^2-12x^3$; $\boxed{d}$ $-3x+\frac{11}{2}x^2-\frac{15}{2}x^3$.

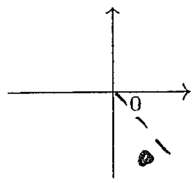
5. L'area della regione del piano $\{(x,y)|x \in [-2,2],\ x-2 \le y \le x^2-4\}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{32}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{9}{2}$; $\boxed{\times}$ $\frac{11}{6}$; $\boxed{d}$ $\frac{16}{3}$.

6. Se $z = 1+\sqrt{3}\,i$, quale dei numeri complessi rappresentati nelle figure è z^4?

$\boxed{\times}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

7. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-e^{\sin^2 x}}{1-e^{3x^2}} =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{8}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{9}$; $\boxed{\times}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{4}$.

8. Siano $g(y) = \sqrt{4-y^2}$, $f(x) = \cos(2x)$ e $x_0 = \frac{\pi}{3}$. Allora $(g\circ f)'(x_0) =$ $\boxed{a}$ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$; $\boxed{b}$ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$; $\boxed{\times}$ $-\frac{1}{\sqrt{5}}$; $\boxed{d}$ $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2014
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Il polinomio di Taylor–MacLaurin di terzo grado con centro $x_0 = 0$ di $f(x) = \log(1+x^2-3x)$ è: $\boxed{a}$ $-3x+\frac{7}{2}x^2-\frac{3}{2}x^3$; $\boxed{b}$ $-3x-\frac{7}{2}x^2-6x^3$; $\boxed{c}$ $-3x-\frac{11}{2}x^2-12x^3$; $\boxed{d}$ $-3x+\frac{11}{2}x^2-\frac{15}{2}x^3$.

2. Siano $g(y) = \sqrt{2-y^2}$, $f(x) = \sin(2x)$ e $x_0 = \frac{\pi}{3}$. Allora $(g \circ f)'(x_0) =$ $\boxed{a}$ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$; $\boxed{b}$ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$; $\boxed{c}$ $-\frac{1}{\sqrt{5}}$; $\boxed{d}$ $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

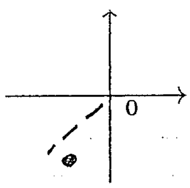
3. L'area della regione del piano $\{(x,y) | x \in [-2,2],\ x^2-4 \le y \le x-2\}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{32}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{9}{2}$ $\boxed{c}$ $\frac{11}{6}$; $\boxed{d}$ $\frac{16}{3}$.

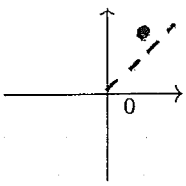
4. Sia $p : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ un polinomio di terzo grado con $p(1) = 0, p(2) = 0$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $\lim_{x\to+\infty} p(x) = +\infty$; $\boxed{b}$ p si annulla in un altro punto diverso da 1 e 2 ; $\boxed{c}$ p' si annulla esattamente due volte; $\boxed{d}$ $\lim_{x\to+\infty} p(x) = -\infty$.

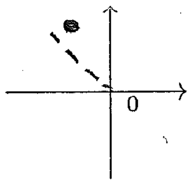
5. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua e siano $L_+ = \lim_{x\to+\infty} f(x)$, $L_- = \lim_{x\to-\infty} f(x)$. Se $L_- < f(0) < L_+$, allora $\boxed{a}$ nessuna delle altre tre risposte; $\boxed{b}$ f ha certamente massimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere minimo assoluto; $\boxed{c}$ f ha certamente minimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere massimo assoluto; $\boxed{d}$ f ha certamente sia massimo assoluto che minimo assoluto su $\mathbf{R}$.

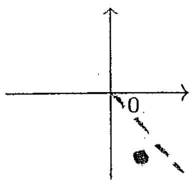
6. $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos(\sin x)}{1-\cos(2x)} =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{8}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{9}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{4}$.

7. Se $z = 1-\sqrt{3}\,i$, quale dei numeri complessi rappresentati nelle figure è z^4?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

8. Il minimo grado N del polinomio di Taylor necessario ad approssimare $\cos\frac{1}{100}$ fino alla decima cifra decimale è: $\boxed{a}$ $N = 8$; $\boxed{b}$ $N = 2$; $\boxed{c}$ $N = 4$; $\boxed{d}$ $N = 6$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello		23 gennaio 2014
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione continua e siano $L_+ = \lim_{x\to+\infty} f(x)$, $L_- = \lim_{x\to-\infty} f(x)$. Se $f(0) < L_+$ e $f(0) < L_-$, allora $\boxed{a}$ f ha certamente sia massimo assoluto che minimo assoluto su $\mathbf{R}$; $\boxed{b}$ nessuna delle altre tre risposte; $\boxed{c}$ f ha certamente massimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere minimo assoluto; $\boxed{d}$ f ha certamente minimo assoluto su $\mathbf{R}$ ma può non avere massimo assoluto.

2. $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-e^{\sin^2 x}}{1-e^{3x^2}} =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{8}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{9}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}$.

3. Siano $g(y) = \sqrt{2+y^2}$, $f(x) = \cos(4x)$ e $x_0 = \frac{\pi}{6}$. Allora $(g\circ f)'(x_0) =$ $\boxed{a}$ $\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\boxed{b}$ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$; $\boxed{c}$ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$; $\boxed{d}$ $-\frac{1}{\sqrt{5}}$.

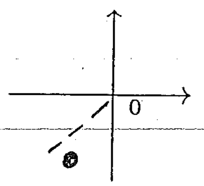
4. L'area della regione del piano $\{(x,y)|x\in[-2,2],\ x-2\le y\le x^2-4\}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{16}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{32}{3}$; $\boxed{c}$ $\frac{9}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{11}{6}$.

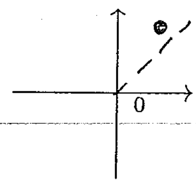
5. Il minimo grado N del polinomio di Taylor necessario ad approssimare $\cos\frac{1}{100}$ fino alla sesta cifra decimale è: $\boxed{a}$ $N=6$; $\boxed{b}$ $N=8$; $\boxed{c}$ $N=2$; $\boxed{d}$ $N=4$.

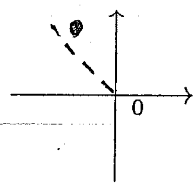
6. Il polinomio di Taylor–MacLaurin di terzo grado con centro $x_0=0$ di $f(x)=e^{x^2-3x}-1$ è: $\boxed{a}$ $-3x+\frac{11}{2}x^2-\frac{15}{2}x^3$; $\boxed{b}$ $-3x+\frac{7}{2}x^2-\frac{3}{2}x^3$; $\boxed{c}$ $-3x-\frac{7}{2}x^2-6x^3$; $\boxed{d}$ $-3x-\frac{11}{2}x^2-12x^3$.

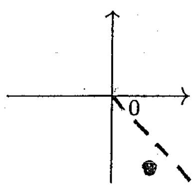
7. Sia $p:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ un polinomio di terzo grado con $p(-1)=0, p(4)=0$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $\lim_{x\to+\infty} p(x) = -\infty$; $\boxed{b}$ $\lim_{x\to+\infty} p(x) = +\infty$; $\boxed{c}$ p si annulla in un altro punto diverso da -1 e 4 ; $\boxed{d}$ p' si annulla esattamente due volte.

8. Se $z = 1+\sqrt{3}\,i$, quale dei numeri complessi rappresentati nelle figure è z^4?

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello	23 gennaio 2014

1. **(6 punti)** Si calcoli $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{\int_0^x [(e^t-1)\sin^2(\sqrt{t})-t^2]dt}{\frac{1}{2}x^4}$.

Il numeratore è la funzione integrale di $(e^t-1)\sin^2(\sqrt{t})-t^2$, dunque è una funzione derivabile per ogni $x>0$ e continua per ogni $x\geq 0$. Inoltre vale 0 per $x=0$, dunque il limite richiesto è una forma indeterminata del tipo $\frac{0}{0}$, e si può applicare la regola di de l'Hôpital. Derivando numeratore e denominatore ci si riduce a

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{(e^x-1)\sin^2(\sqrt{x})-x^2}{2x^3}.$$

Dagli sviluppi di Taylor si ha:

$$e^x-1 = x+\frac{x^2}{2}+o(x^2) \quad ; \quad \sin t = t-\frac{t^3}{6}+o(t^3); \quad \sin(\sqrt{x}) = \sqrt{x}-\frac{x^{3/2}}{6}+o(x^{3/2})$$

$$\sin^2(\sqrt{x}) = \left(\sqrt{x}-\frac{x^{3/2}}{6}+o(x^{3/2})\right)^2 = x+\frac{x^3}{36}+o(x^3)-\frac{x^2}{3}+o(x^2) = x-\frac{x^2}{3}+o(x^2),$$

quindi

$$\frac{(e^x-1)\sin^2(\sqrt{x})-x^2}{2x^3} = \frac{\left(x+\frac{x^2}{2}+o(x^2)\right)\left(x-\frac{x^2}{3}+o(x^2)\right)-x^2}{2x^3} =$$

$$= \frac{\cancel{x^2}-\frac{x^3}{3}+o(x^3)+\frac{x^3}{2}-\cancel{x^2}}{2x^3} = \frac{\frac{1}{6}x^3+o(x^3)}{2x^3} \xrightarrow[x\to 0^+]{} \frac{1}{12}.$$

[Nel calcolare $\sin^2(\sqrt{x})$ si è osservato che i doppi prodotti $2\sqrt{x}\,o(x^{3/2})$ e $-2\frac{x^{3/2}}{6}o(x^{3/2})$ valgono rispettivamente $o(x^{1/2}\cdot x^{3/2}) = o(x^2)$ e $o(x^{3/2}\cdot x^{3/2}) = o(x^3)$; inoltre si ha $\frac{x^3}{36}+o(x^3)+o(x^2) = o(x^2)$.
Nel calcolare il prodotto $\left(x+\frac{x^2}{2}+o(x^2)\right)\cdot\left(x-\frac{x^2}{3}+o(x^2)\right)$ si è osservato che $\frac{x^2}{2}\left(-\frac{x^2}{3}\right) = -\frac{x^4}{6} = o(x^3)$, $\frac{x^2}{2}\cdot o(x^2) = o(x^4) = o(x^3)$, $o(x^2)\cdot x = o(x^3)$, $o(x^2)\left(-\frac{x^2}{3}\right) = o(x^4) = o(x^3)$, $o(x^2)\cdot o(x^2) = o(x^4) = o(x^3)$.]

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello	23 gennaio 2014

2. **(6 punti)** Siano $a > 0$, $b > 0$, $D = \{(x, y) \,|\, 0 \le y \le b\,x^{1/2}, 0 \le x \le a\}$, K_X il solido di rotazione ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse X e K_Y il solido di rotazione ottenuto facendo ruotare D attorno all'asse Y. Si calcolino l'area di D, il volume di K_X e il volume di K_Y, e si determinino i valori di a e b in modo che l'area di D, il volume di K_X e il volume di K_Y siano tutti uguali.

Si ha

$$\text{area}(D) = \int_0^a b x^{1/2}\,dx = \frac{2}{3} b x^{3/2}\Big|_0^a = \frac{2}{3} b a^{3/2},$$

$$\text{volume}(K_X) = \pi \int_0^a (b x^{1/2})^2\,dx = \pi \int_0^a b^2 x\,dx = \pi b^2 \frac{x^2}{2}\Big|_0^a = \frac{1}{2}\pi b^2 a^2,$$

$$\text{volume}(K_Y) = 2\pi \int_0^a x(b x^{1/2})\,dx = 2\pi \int_0^a b x^{3/2}\,dx = 2\pi b \frac{2}{5} x^{5/2}\Big|_0^a = \frac{4}{5}\pi b a^{5/2}.$$

Imponendo le uguaglianze si ha

$$\begin{cases} \frac{2}{3} b a^{3/2} = \frac{1}{2}\pi b^2 a^2 \longrightarrow b = \frac{4}{3\pi} a^{3/2}/a^2 = \frac{4}{3\pi}\frac{1}{a^{1/2}} = \frac{4}{3\pi}\frac{\sqrt{6\pi}}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{15\pi}}. \\ \frac{2}{3} b a^{3/2} = \frac{4}{5}\pi b a^{5/2} \longrightarrow \frac{10}{12}\frac{1}{\pi} = a^{5/2}/a^{3/2} = a \longrightarrow a = \frac{5}{6\pi}. \end{cases}$$

ANALISI MATEMATICA 1 - Primo appello	23 gennaio 2014

3. (6 punti) Per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y = y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 3y' = \cos t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \alpha, \end{cases}$$

e quindi si determini per quali valore di α la soluzione è periodica.

È un'equazione del II° ordine, lineare, a coefficienti costanti, non-omogenea.

Risolviamo l'omogenea: il polinomio associato è r^2-3r, le cui radici sono $r=0$ ed $r=3$. Dunque le soluzioni dell'omogenea sono

$$y_0(t) = c_1 e^{0\cdot t} + c_2 e^{3t} = c_1 + c_2 e^{3t}, \quad c_1, c_2 \in \mathbb{R}.$$

Una soluzione particolare della non-omogenea si trova della forma $y_*(t) = A\cos t + B \operatorname{sen} t$. Si ha $y_*'(t) = -A\operatorname{sen} t + B\cos t$, $y_*''(t) = -A\cos t - B\operatorname{sen} t$, dunque

$$y_*''(t) - 3y_*'(t) = -A\cos t - B\operatorname{sen} t - 3(-A\operatorname{sen} t + B\cos t) = (3A-B)\operatorname{sen} t - (A+3B)\cos t$$

e si impone $3A - B = 0$, $-A-3B = 1$, da cui $B = 3A$, $A = -\frac{1}{10}$, $B = -\frac{3}{10}$.

Quindi $y_*(t) = -\frac{1}{10}\cos t - \frac{3}{10}\operatorname{sen} t$, e le soluzioni dell'equazione sono

$$y(t) = c_1 + c_2 e^{3t} - \frac{1}{10}\cos t - \frac{3}{10}\operatorname{sen} t.$$

Quindi $y'(t) = 3c_2 e^{3t} + \frac{1}{10}\operatorname{sen} t - \frac{3}{10}\cos t$, e imponendo i dati di Cauchy si ha

$$\begin{cases} 0 = y(0) = c_1 + c_2 - \frac{1}{10} \longrightarrow c_1 = \frac{1}{10} - c_2 = \frac{1}{10} - \frac{\alpha}{3} - \frac{1}{10} = -\frac{\alpha}{3}, \\ \alpha = y'(0) = 3c_2 - \frac{3}{10} \longrightarrow c_2 = \frac{1}{3}\left(\alpha + \frac{3}{10}\right), \end{cases}$$

quindi la soluzione del problema di Cauchy è

$$y(t) = -\frac{\alpha}{3} + \frac{1}{3}\left(\alpha + \frac{3}{10}\right)e^{3t} - \frac{1}{10}\cos t - \frac{3}{10}\operatorname{sen} t.$$

Le costanti e le funzioni seno e coseno sono periodiche, mentre l'esponenziale non lo è. Dunque perché $y(t)$ sia periodica deve sparire l'esponenziale, cioè deve essere $\alpha = -\frac{3}{10}$.