

Cognome:

Nome:

Matricola:

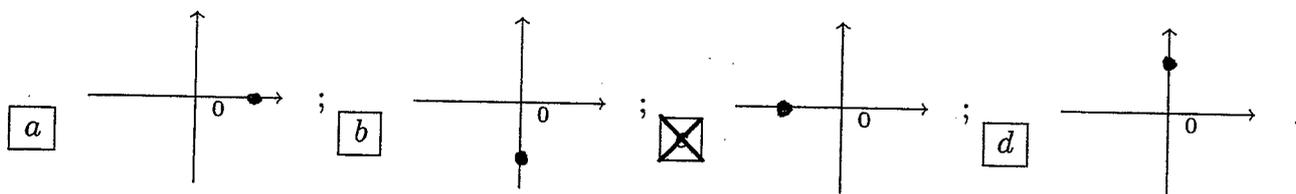
- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. La definizione " $\forall B > 0 \exists A > 0$  tale che se  $x < -A$  allora  $f(x) > B$ " significa che:  
 a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;  b  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  c  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;  d  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ .

2. I valori di  $\alpha$  e  $\beta$  per i quali  $f(x) = \begin{cases} 2x^3 + 2 & \text{per } x < 0 \\ \alpha x^3 + \beta & \text{per } x \in [0, 1] \\ 2x^2 + 1 & \text{per } x > 1 \end{cases}$  è continua in  $(-\infty, +\infty)$  sono:  
 a  $\alpha = 3, \beta = -1$ ;  b  $\alpha = 3, \beta = 1$ ;  c  $\alpha = 1, \beta = 2$ ;  d  $\alpha = 1, \beta = -2$ .

3. Qual è il valore di  $\alpha \in \mathbf{R}$  per cui  $f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+2x)}{x} & \text{per } x > 0 \\ \alpha - 3x^2 & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua in 0?  a -2;  
 b -3;  c 3;  d 2.

4. Se  $z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$  allora  $z^4$  è:



5. Qual è l'insieme dei valori  $\beta \geq 0$  per cui la funzione  $g(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+2x^\beta)}{x^3+x^4} & \text{per } x > 0 \\ 0 & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua?  
 a  $\beta > \frac{3}{2}$ ;  b  $\beta < 2$ ;  c  $\beta > 3$ ;  d ogni  $\beta \geq 0$ .

6. Il massimo e il minimo di  $f(x) = 2 + 6x - 8x^3$  in  $[-1, 0]$  sono:  a  $\max f = 6, \min f = 0$ ;  
 b  $\max f = 2, \min f = 0$ ;  c  $\max f = 8, \min f = 0$ ;  d  $\max f = 4, \min f = 0$ .

7. L'insieme dei numeri complessi  $z$  tali che  $|z - 2i| = |z + 2|$  e  $\operatorname{Re} z = -\operatorname{Im} z$  è:  a una retta;  
 b una semiretta;  c una circonferenza;  d un punto.

8. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  continua. Se  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ,  $f(-1) = -1$  e  $f(1) = 1$ , allora:  a l'equazione  $f(x) = 0$  può avere più di 5 soluzioni;  b l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente una soluzione;  c l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente 3 soluzioni;  d 1 e -1 sono punti di massimo e minimo relativo.

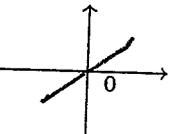
9. La soluzione di  $z + 2i\bar{z} = i$  è:  a  $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$ ;  b  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$ ;  c  $-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$ ;  d  $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i$ .

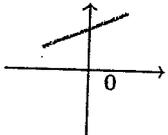
10. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?

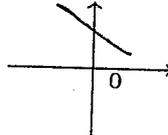
a Se per ogni  $n = 0, 1, 2, \dots$  si ha  $f(n\pi) = 0$ ,  $f(x) > 0$  per  $x \in (2n\pi, (2n+1)\pi)$ ,  $f(x) < 0$  per  $x \in ((2n+1)\pi, (2n+2)\pi)$ , allora non esiste il limite di  $f$  per  $x \rightarrow +\infty$ ;  b Se  $f \geq 0$  è crescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ ;  c Se  $f \leq 0$  è decrescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ ;  d Se  $f$  è decrescente, allora ha limite, finito o infinito, per  $x \rightarrow +\infty$ .

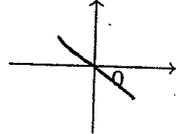
ANALISI MATEMATICA 1    3 novembre 2010

1. Sia  $g(x) = 2\sqrt{x} + x^2$  per  $x > 0$ . L'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa  $g^{-1}$  nel punto  $(3, 1)$  è:  a  $7y = 2x + 3$ ;  b  $5y = 2x + 1$ ;  c  $3y = x$ ;  d  $9y = 2x + 3$ .
2. Se  $g(x) = \sqrt{1 + 2(f(x))^2}$  e  $f(0) = 2$  allora  $g'(0) =$   a  $\frac{4}{\sqrt{1+2(f'(0))^2}}$ ;  b  $\frac{4}{3}f'(0)$ ;  c  $\frac{8}{3}f'(0)$ ;  d  $\frac{2f'(0)}{\sqrt{1+2(f'(0))^2}}$ .
3. Se  $f$  è una funzione derivabile con derivata continua,  $f(0) = 1$  e  $f'(0) = -1$ , allora il grafico di  $g(x) = \log(2 + xf(x))$  vicino all'origine è:
 

a 

b 

c 

d 
4.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x \sin(1/x^2) =$   a 2;  b 0;  c  $+\infty$ ;  d 1.
5.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-2x} - \sqrt{1+\alpha x + x^2}}{x^2} = 0$   a solo per  $\alpha = -2$ ;  b per nessun  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  c per tutti gli  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  d solo per  $\alpha = 2$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4 \log x + (e^x - 1)^2}{1 - \cos 2x} =$   a  $\frac{1}{8}$ ;  b 8;  c 2;  d  $\frac{1}{2}$ .
7. Per quale  $a \in \mathbf{R}$  la retta tangente in  $(a, g(a))$  al grafico di  $g(x) = 3^x$  passa per l'origine?  a per  $a = \frac{\log 3}{2}$ ;  b per  $a = \frac{1}{\log 3}$ ;  c per  $a = \frac{2}{\log 3}$ ;  d per  $a = \frac{1}{2 \log 3}$ .
8. Sia  $f: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$  con  $f'(x) < -1$  per ogni  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{\sqrt{x}}$  esiste finito;  b  $f$  è invertibile;  c  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  d  $f$  ha un asintoto verticale per  $x = 0$ .
9. Se  $g(x) = \begin{cases} \beta x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } 0 < x \end{cases}$ , per quali  $\beta \in \mathbf{R}$  la funzione  $g$  è derivabile in  $x = 0$ ?  a solo per  $\beta = -1$ ;  b solo per  $\beta = 0$ ;  c solo per  $\beta = 1$ ;  d per tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ .
10. Quale è l'intervallo dei valori di  $\alpha$  per i quali esiste  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x^\alpha}$ ?  a  $\alpha \geq 0$ ;  b  $\alpha > 0$ ;  c  $\alpha < 0$ ;  d  $-1 < \alpha < 1$ .

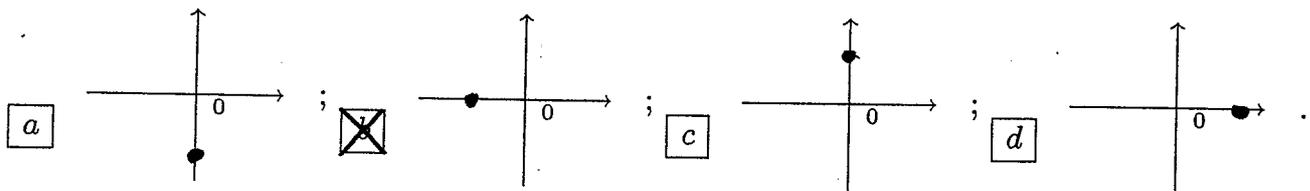
Cognome:

Nome:

Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

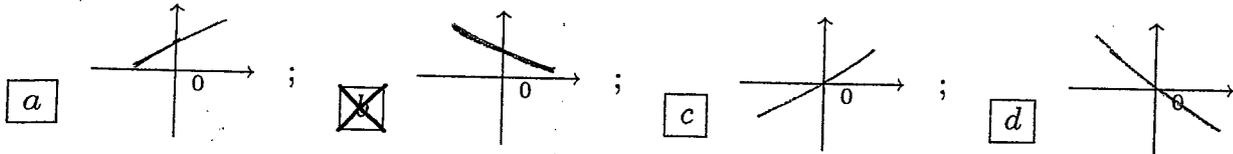
1. Il massimo e il minimo di  $f(x) = 2x^3 - 6x + 4$  in  $[0, 2]$  sono:  a  $\max f = 2, \min f = 0$ ;  b  $\max f = 8, \min f = 0$ ;  c  $\max f = 4, \min f = 0$ ;  d  $\max f = 6, \min f = 0$ .
2. Qual è il valore di  $\alpha \in \mathbf{R}$  per cui  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(3x)}{x} & \text{per } x > 0 \\ 2x - \alpha & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua in 0?  -3;  b 3;  c 2;  d -2.
3. L'insieme dei numeri complessi  $z$  tali che  $|z + i| = |z - 2|$  e  $\operatorname{Re} z \geq \operatorname{Im} z$  è:  una semiretta;  b una circonferenza;  c un punto;  d una retta.
4. La soluzione di  $2\bar{z} + iz = i$  è:  a  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$ ;  b  $-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$ ;   $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i$ ;  d  $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$ .
5. La definizione " $\forall A > 0 \exists B > 0$  tale che se  $0 < |x| < \frac{1}{B}$  allora  $f(x) > A$ " significa che:  a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  b  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;   $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ ;  d  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ .
6. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  continua. Se  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ,  $f(-1) = 1$  e  $f(1) = -1$ , allora:  a l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente una soluzione;  b l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente 3 soluzioni;  c 1 e -1 sono punti di massimo e minimo relativo;  l'equazione  $f(x) = 0$  può avere infinite soluzioni.
7. Se  $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$  allora  $z^4$  è:



8. I valori di  $\alpha$  e  $\beta$  per i quali  $f(x) = \begin{cases} 2x^3 + 2 & \text{per } x < 0 \\ \alpha x^2 - \beta & \text{per } x \in [0, 1] \\ 2x^2 + 1 & \text{per } x > 1 \end{cases}$  è continua in  $(-\infty, +\infty)$  sono:  a  $\alpha = 3, \beta = 1$ ;  b  $\alpha = 1, \beta = 2$ ;   $\alpha = 1, \beta = -2$ ;  d  $\alpha = 3, \beta = -1$ .
9. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  
 a Se  $f \geq 0$  è crescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ ;  b Se  $f \leq 0$  è decrescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ ;  Se  $f$  è decrescente, allora ha limite, finito o infinito, per  $x \rightarrow +\infty$ ;  d Se per ogni  $n = 0, 1, 2, \dots$  si ha  $f(n\pi) = 0$ ,  $f(x) > 0$  per  $x \in (2n\pi, (2n+1)\pi)$ ,  $f(x) < 0$  per  $x \in ((2n+1)\pi, (2n+2)\pi)$ , allora non esiste il limite di  $f$  per  $x \rightarrow +\infty$ .
10. Qual è l'insieme dei valori  $\beta \geq 0$  per cui la funzione  $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x^3}{e^{\beta x} - 1} & \text{per } x > 0 \\ 0 & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua?  
 a  $\beta < 2$ ;  b  $\beta > 3$ ;  ogni  $\beta \geq 0$ ;  d  $\beta > \frac{3}{2}$ .

1.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4 \log x + (e^{2x} - 1)^2}{1 - \cos x} =$   8;  2;   $\frac{1}{2}$ ;   $\frac{1}{8}$ .

2. Se  $f$  è una funzione derivabile con derivata continua,  $f(0) = 1$  e  $f'(0) = -1$ , allora il grafico di  $g(x) = \log(2 - xf(x))$  vicino all'origine è:



3. Per quale  $a \in \mathbf{R}$  la retta tangente in  $(a, g(a))$  al grafico di  $g(x) = 2^x$  passa per l'origine?  per  $a = \frac{1}{\log 2}$ ;  per  $a = \frac{2}{\log 2}$ ;  per  $a = \frac{1}{2 \log 2}$ ;  per  $a = \frac{\log 2}{2}$ .

4. Se  $g(x) = \begin{cases} x + \beta x & \text{se } x \leq 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } 0 < x \end{cases}$ , per quali  $\beta \in \mathbf{R}$  la funzione  $g$  è derivabile in  $x = 0$ ?  solo per  $\beta = 0$ ;  solo per  $\beta = 1$ ;  per tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ ;  solo per  $\beta = -1$ .

5. Sia  $g(x) = \sqrt{x} + 2x^2$  per  $x > 0$ . L'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa  $g^{-1}$  nel punto  $(3, 1)$  è:   $5y = 2x + 1$ ;   $3y = x$ ;   $9y = 2x + 3$ ;   $7y = 2x + 3$ .

6. Sia  $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$  con  $f'(x) > 1$  per ogni  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?   $f$  è invertibile;   $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ;   $f$  ha un asintoto verticale per  $x = 0$ ;   $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{\sqrt{x}}$  esiste finito.

7.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 \sin(1/x^2) =$   0;   $+\infty$ ;  1;  2.

8. Se  $g(x) = \sqrt{4 + 8(f(x))^2}$  e  $f(0) = 2$  allora  $g'(0) =$    $\frac{4}{3}f'(0)$ ;   $\frac{8}{3}f'(0)$ ;   $\frac{2f'(0)}{\sqrt{1+2(f'(0))^2}}$ ;   $\frac{4}{\sqrt{1+2(f'(0))^2}}$ .

9. Quale è l'intervallo dei valori di  $\alpha$  per i quali esiste  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha \cos x$ ?   $\alpha > 0$ ;   $\alpha < 0$ ;   $-1 < \alpha < 1$ ;   $\alpha \leq 0$ .

10.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - 2x^2} - \sqrt{1 + \alpha x^2 + x^4}}{x} = 0$   per nessun  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  per tutti gli  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  solo per  $\alpha = 2$ ;  solo per  $\alpha = -2$ .

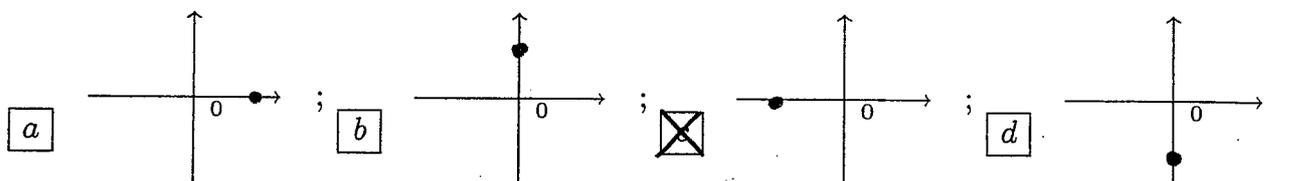
ANALISI MATEMATICA 1		3 novembre 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. Sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  continua. Se  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ,  $f(-1) = -1$  e  $f(1) = 1$ , allora:  a l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente 3 soluzioni;  b 1 e -1 sono punti di massimo e minimo relativo;  c l'equazione  $f(x) = 0$  può avere più di 5 soluzioni;  d l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente una soluzione.

2. L'insieme dei numeri complessi  $z$  tali che  $|z - i| = |z + 2|$  e  $\operatorname{Re} z = 0$  è:  a una circonferenza;  b un punto;  c una retta;  d una semiretta.

3. Se  $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$  allora  $z^4$  è:



4. Sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  a Se  $f \leq 0$  è decrescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ ;  b Se  $f$  è decrescente, allora ha limite, finito o infinito, per  $x \rightarrow +\infty$ ;  c Se per ogni  $n = 0, 1, 2, \dots$  si ha  $f(n\pi) = 0$ ,  $f(x) > 0$  per  $x \in (2n\pi, (2n+1)\pi)$ ,  $f(x) < 0$  per  $x \in ((2n+1)\pi, (2n+2)\pi)$ , allora non esiste il limite di  $f$  per  $x \rightarrow +\infty$ ;  d Se  $f \geq 0$  è crescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ .

5. Il massimo e il minimo di  $f(x) = 3x - x^3 + 2$  in  $[-2, 0]$  sono:  a  $\max f = 8$ ,  $\min f = 0$ ;  b  $\max f = 4$ ,  $\min f = 0$ ;  c  $\max f = 6$ ,  $\min f = 0$ ;  d  $\max f = 2$ ,  $\min f = 0$ .

6. I valori di  $\alpha$  e  $\beta$  per i quali  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{per } x < 0 \\ \alpha x^3 - \beta & \text{per } x \in [0, 1] \\ 2x^3 + 2 & \text{per } x > 1 \end{cases}$  è continua in  $(-\infty, +\infty)$  sono:  a  $\alpha = 1, \beta = 2$ ;  b  $\alpha = 1, \beta = -2$ ;  c  $\alpha = 3, \beta = -1$ ;  d  $\alpha = 3, \beta = 1$ .

7. La soluzione di  $2z + i\bar{z} = i$  è:  a  $-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$ ;  b  $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i$ ;  c  $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$ ;  d  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$ .

8. Qual è il valore di  $\alpha \in \mathbf{R}$  per cui  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(2x)}{2x^3 + x^4} & \text{per } x > 0 \\ 3x^2 - \alpha & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua in 0?  a 3;  b 2;  c -2;  d -3.

9. Qual è l'insieme dei valori  $\beta \geq 0$  per cui la funzione  $g(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x^\beta)}{2x^3 + x^4} & \text{per } x > 0 \\ 0 & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua?  a  $\beta > 3$ ;  b ogni  $\beta \geq 0$ ;  c  $\beta > \frac{3}{2}$ ;  d  $\beta < 2$ .

10. La definizione " $\forall B > 0 \exists A > 0$  tale che se  $x > A$  allora  $|f(x)| < \frac{1}{B}$ " significa che:  a  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;  b  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ ;  c  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;  d  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .

ANALISI MATEMATICA 1    3 novembre 2010

1. Sia  $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$  con  $f'(x) < -1$  per ogni  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?   $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;   $f$  ha un asintoto verticale per  $x = 0$ ;  
  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{\sqrt{x}}$  esiste finito;   $f$  è invertibile.

2. Per quale  $a \in \mathbf{R}$  la retta tangente in  $(a, g(a))$  al grafico di  $g(x) = 3^x$  passa per l'origine?   $a = \frac{2}{\log 3}$ ;   $a = \frac{1}{2 \log 3}$ ;   $a = \frac{\log 3}{2}$ ;   $a = \frac{1}{\log 3}$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 \sin(1/2x^2) =$    $+\infty$ ;  1;  2;  0.

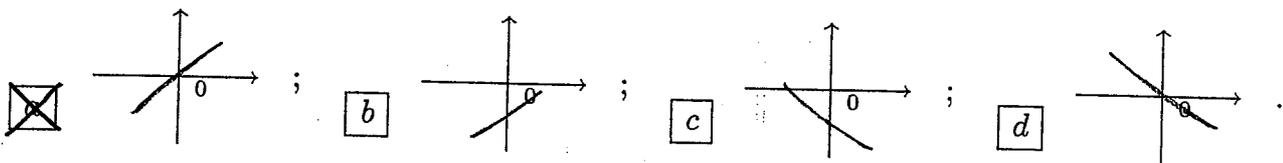
4. Quale è l'intervallo dei valori di  $\alpha$  per i quali esiste  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x^\alpha}$ ?   $\alpha < 0$ ;   $-1 < \alpha < 1$ ;   $\alpha \geq 0$ ;   $\alpha > 0$ .

5.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4 \log x + (e^{2x} - 1)^2}{1 - \cos 4x} =$   2;   $\frac{1}{2}$ ;   $\frac{1}{8}$ ;  8.

6. Se  $g(x) = \sqrt{1 + 2(f(x))^2}$  e  $f(0) = 2$  allora  $g'(0) =$    $\frac{8}{3}f'(0)$ ;   $\frac{2f'(0)}{\sqrt{1+2(f'(0))^2}}$ ;  
  $\frac{4}{\sqrt{1+2(f'(0))^2}}$ ;   $\frac{4}{3}f'(0)$ .

7. Se  $g(x) = \begin{cases} x - \beta x & \text{se } x \leq 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } 0 < x \end{cases}$ , per quali  $\beta \in \mathbf{R}$  la funzione  $g$  è derivabile in  $x = 0$ ?  solo per  $\beta = 1$ ;  per tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ ;  solo per  $\beta = -1$ ;  solo per  $\beta = 0$ .

8. Se  $f$  è una funzione derivabile con derivata continua,  $f(0) = -1$  e  $f'(0) = 1$ , allora il grafico di  $g(x) = \log(1 - xf(x))$  vicino all'origine è:



9.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-2x} - \sqrt{1-\alpha x + x^2}}{x} = 0$   per tutti gli  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  solo per  $\alpha = 2$ ;  solo per  $\alpha = -2$ ;  per nessun  $\alpha \in \mathbf{R}$ .

10. Sia  $g(x) = \sqrt{x} + x^3$  per  $x > 0$ . L'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa  $g^{-1}$  nel punto  $(2, 1)$  è:   $3y = x$ ;   $9y = 2x + 3$ ;   $7y = 2x + 3$ ;   $5y = 2x + 1$ .

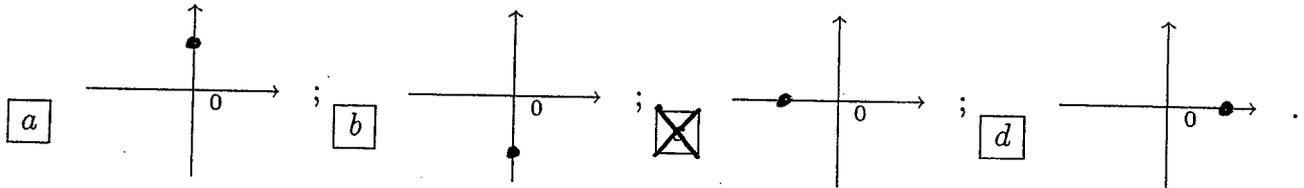
Cognome:

Nome:

Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. Se  $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$  allora  $z^4$  è:



2. Qual è l'insieme dei valori  $\beta \geq 0$  per cui la funzione  $g(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos(x^\beta)}{2x^3+x^4} & \text{per } x > 0 \\ 0 & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua?  
 a  $\beta > 3$ ;  b ogni  $\beta \geq 0$ ;  c  $\beta > \frac{3}{2}$ ;  d  $\beta < 2$ .

3. La definizione " $\forall B > 0 \exists A > 0$  tale che se  $x > A$  allora  $|f(x)| < \frac{1}{B}$ " significa che:  
 a  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;  b  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ ;  c  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;  d  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .

4. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  continua. Se  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ,  $f(-1) = -1$  e  $f(1) = 1$ , allora:  a l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente 3 soluzioni;  b 1 e -1 sono punti di massimo e minimo relativo;  c l'equazione  $f(x) = 0$  può avere più di 5 soluzioni;  d l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente una soluzione.

5. L'insieme dei numeri complessi  $z$  tali che  $|z+2i| = |z-2|$  e  $\text{Re}z \geq 0$  è:  a una circonferenza;  b un punto;  c una retta;  d una semiretta.

6. La soluzione di  $2z + i\bar{z} = i$  è:  a  $-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$ ;  b  $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i$ ;  c  $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$ ;  d  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$ .

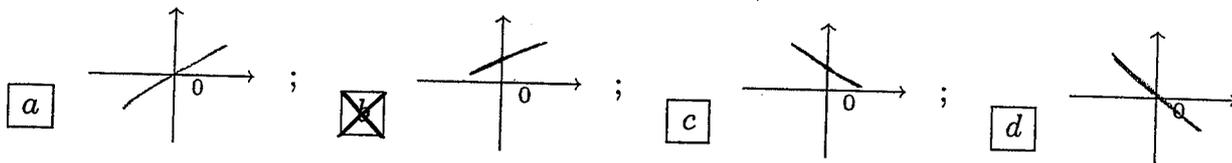
7. Il massimo e il minimo di  $f(x) = 2x^3 - 6x + 4$  in  $[0, 2]$  sono:  a  $\max f = 8$ ,  $\min f = 0$ ;  b  $\max f = 4$ ,  $\min f = 0$ ;  c  $\max f = 6$ ,  $\min f = 0$ ;  d  $\max f = 2$ ,  $\min f = 0$ .

8. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  
 a Se  $f \leq 0$  è decrescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ ;  b Se  $f$  è decrescente, allora ha limite, finito o infinito, per  $x \rightarrow +\infty$ ;  c Se per ogni  $n = 0, 1, 2, \dots$  si ha  $f(n\pi) = 0$ ,  $f(x) > 0$  per  $x \in (2n\pi, (2n+1)\pi)$ ,  $f(x) < 0$  per  $x \in ((2n+1)\pi, (2n+2)\pi)$ , allora non esiste il limite di  $f$  per  $x \rightarrow +\infty$ ;  d Se  $f \geq 0$  è crescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ .

9. I valori di  $\alpha$  e  $\beta$  per i quali  $f(x) = \begin{cases} 2x^3 + 2 & \text{per } x < 0 \\ \alpha x^2 - \beta & \text{per } x \in [0, 1] \\ 2x^2 + 1 & \text{per } x > 1 \end{cases}$  è continua in  $(-\infty, +\infty)$  sono:  
 a  $\alpha = 1, \beta = 2$ ;  b  $\alpha = 1, \beta = -2$ ;  c  $\alpha = 3, \beta = -1$ ;  d  $\alpha = 3, \beta = 1$ .

10. Qual è il valore di  $\alpha \in \mathbf{R}$  per cui  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(3x)}{x} & \text{per } x > 0 \\ 2x - \alpha & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua in 0?  a 3;  b 2;  c -2;  d -3.

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 \sin(1/2x^2) =$    $a$   $+\infty$ ;   $b$   $1$ ;   $c$   $2$ ;   $d$   $0$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-2x} - \sqrt{1-\alpha x + x^2}}{x} = 0$    $a$  per tutti gli  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;   $b$  solo per  $\alpha = 2$ ;   $c$  solo per  $\alpha = -2$ ;   $d$  per nessun  $\alpha \in \mathbf{R}$ .
3. Sia  $g(x) = \sqrt{x} + x^3$  per  $x > 0$ . L'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa  $g^{-1}$  nel punto  $(2, 1)$  è:   $a$   $3y = x$ ;   $b$   $9y = 2x + 3$ ;   $c$   $7y = 2x + 3$ ;   $d$   $5y = 2x + 1$ .
4. Sia  $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$  con  $f'(x) < -1$  per ogni  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?   $a$   $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;   $b$   $f$  ha un asintoto verticale per  $x = 0$ ;   $c$   $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{\sqrt{x}}$  esiste finito;   $d$   $f$  è invertibile.
5. Per quale  $a \in \mathbf{R}$  la retta tangente in  $(a, g(a))$  al grafico di  $g(x) = 3^x$  passa per l'origine?   $a$  per  $a = \frac{2}{\log 3}$ ;   $b$  per  $a = \frac{1}{2 \log 3}$ ;   $c$  per  $a = \frac{\log 3}{2}$ ;   $d$  per  $a = \frac{1}{\log 3}$ .
6. Se  $g(x) = \begin{cases} x - \beta x & \text{se } x \leq 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } 0 < x \end{cases}$ , per quali  $\beta \in \mathbf{R}$  la funzione  $g$  è derivabile in  $x = 0$ ?   $a$  solo per  $\beta = 1$ ;   $b$  per tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ ;   $c$  solo per  $\beta = -1$ ;   $d$  solo per  $\beta = 0$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4 \log x + (e^{2x} - 1)^2}{1 - \cos 4x} =$    $a$   $2$ ;   $b$   $\frac{1}{2}$ ;   $c$   $\frac{1}{8}$ ;   $d$   $8$ .
8. Quale è l'intervallo dei valori di  $\alpha$  per i quali esiste  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x^\alpha}$ ?   $a$   $\alpha < 0$ ;   $b$   $-1 < \alpha < 1$ ;   $c$   $\alpha \geq 0$ ;   $d$   $\alpha > 0$ .
9. Se  $g(x) = \sqrt{1 + 2(f(x))^2}$  e  $f(0) = 2$  allora  $g'(0) =$    $a$   $\frac{8}{3}f'(0)$ ;   $b$   $\frac{2f'(0)}{\sqrt{1 + 2(f'(0))^2}}$ ;   $c$   $\frac{4}{\sqrt{1 + 2(f'(0))^2}}$ ;   $d$   $\frac{4}{3}f'(0)$ .
10. Se  $f$  è una funzione derivabile con derivata continua,  $f(0) = 1$  e  $f'(0) = -1$ , allora il grafico di  $g(x) = \log(2 + xf(x))$  vicino all'origine è:



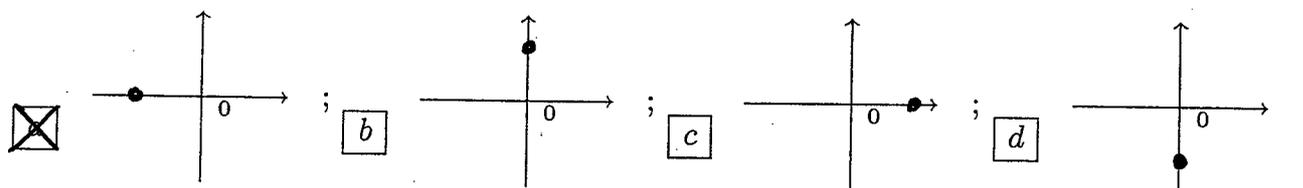
ANALISI MATEMATICA 1		3 novembre 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. La soluzione di  $2z + i\bar{z} = i$  è:  a  $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i$ ;  b  $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$ ;  c  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$ ;  d  $-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$ .
2. La definizione " $\forall A > 0 \exists B > 0$  tale che se  $x > B$  allora  $f(x) < -A$ " significa che:  
 a  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ ;  b  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;  c  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  d  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ .
3. Il massimo e il minimo di  $f(x) = 2 + 6x - 8x^3$  in  $[-1, 0]$  sono:  a  $\max f = 4, \min f = 0$ ;  
 b  $\max f = 6, \min f = 0$ ;  c  $\max f = 2, \min f = 0$ ;  d  $\max f = 8, \min f = 0$ .

4. I valori di  $\alpha$  e  $\beta$  per i quali  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{per } x < 0 \\ \alpha x^2 + \beta & \text{per } x \in [0, 1] \\ 2x^3 + 2 & \text{per } x > 1 \end{cases}$  è continua in  $(-\infty, +\infty)$  sono:  
 a  $\alpha = 1, \beta = -2$ ;  b  $\alpha = 3, \beta = -1$ ;  c  $\alpha = 3, \beta = 1$ ;  d  $\alpha = 1, \beta = 2$ .

5. Se  $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$  allora  $z^4$  è:



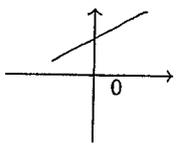
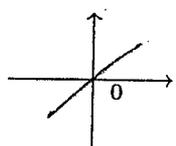
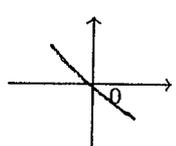
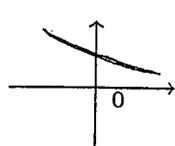
6. Sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  
 a Se  $f$  è decrescente, allora ha limite, finito o infinito, per  $x \rightarrow +\infty$ ;  b Se per ogni  $n = 0, 1, 2, \dots$  si ha  $f(n\pi) = 0$ ,  $f(x) > 0$  per  $x \in (2n\pi, (2n+1)\pi)$ ,  $f(x) < 0$  per  $x \in ((2n+1)\pi, (2n+2)\pi)$ , allora non esiste il limite di  $f$  per  $x \rightarrow +\infty$ ;  c Se  $f \geq 0$  è crescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ ;  d Se  $f \leq 0$  è decrescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ .

7. Sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  continua. Se  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ,  $f(-1) = 1$  e  $f(1) = -1$ , allora:  a 1 e -1 sono punti di massimo e minimo relativo;  b l'equazione  $f(x) = 0$  può avere infinite soluzioni;  c l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente una soluzione;  d l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente 3 soluzioni.

8. Qual è l'insieme dei valori  $\beta \geq 0$  per cui la funzione  $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x^3}{e^{\beta x} - 1} & \text{per } x > 0 \\ 0 & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua?  
 a ogni  $\beta \geq 0$ ;  b  $\beta > \frac{3}{2}$ ;  c  $\beta < 2$ ;  d  $\beta > 3$ .

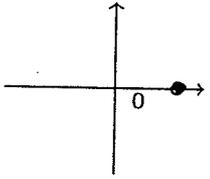
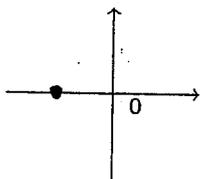
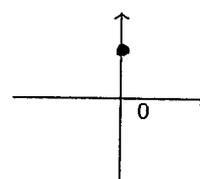
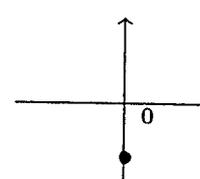
9. Qual è il valore di  $\alpha \in \mathbf{R}$  per cui  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x} - 1}{x} & \text{per } x > 0 \\ \alpha - 2x & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua in 0?  a 2;  b -2;  c -3;  d 3.

10. L'insieme dei numeri complessi  $z$  tali che  $|z + i| = |z - 2|$  e  $\operatorname{Re} z \geq \operatorname{Im} z$  è:  a un punto;  b una retta;  c una semiretta;  d una circonferenza.

1. Se  $g(x) = \begin{cases} \beta x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } 0 < x \end{cases}$ , per quali  $\beta \in \mathbf{R}$  la funzione  $g$  è derivabile in  $x = 0$ ?  per tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ ;  solo per  $\beta = -1$ ;  solo per  $\beta = 0$ ;  solo per  $\beta = 1$ .
2. Sia  $g(x) = 2\sqrt{x} + x^2$  per  $x > 0$ . L'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa  $g^{-1}$  nel punto  $(3, 1)$  è:   $9y = 2x + 3$ ;   $7y = 2x + 3$ ;   $5y = 2x + 1$ ;   $3y = x$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4 \log x + (e^x - 1)^2}{1 - \cos 4x} =$    $\frac{1}{2}$ ;   $\frac{1}{8}$ ;  8;  2.
4. Se  $g(x) = \sqrt{4 + 8(f(x))^2}$  e  $f(0) = 2$  allora  $g'(0) =$    $\frac{2f'(0)}{\sqrt{1+2(f'(0))^2}}$ ;   $\frac{4}{\sqrt{1+2(f'(0))^2}}$ ;   $\frac{4}{3}f'(0)$ ;   $\frac{8}{3}f'(0)$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 \sin(1/x) =$   1;  2;  0;   $+\infty$ .
6. Quale è l'intervallo dei valori di  $\alpha$  per i quali esiste  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha \cos x$ ?   $-1 < \alpha < 1$ ;   $\alpha \leq 0$ ;   $\alpha > 0$ ;   $\alpha < 0$ .
7. Sia  $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$  con  $f'(x) > 1$  per ogni  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?   $f$  ha un asintoto verticale per  $x = 0$ ;   $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{\sqrt{x}}$  esiste finito;   $f$  è invertibile;   $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .
8.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x^2} - \sqrt{1+\alpha x^2 + x^4}}{x} = 0$   solo per  $\alpha = 2$ ;  solo per  $\alpha = -2$ ;  per nessun  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  per tutti gli  $\alpha \in \mathbf{R}$ .
9. Se  $f$  è una funzione derivabile con derivata continua,  $f(0) = 1$  e  $f'(0) = -1$ , allora il grafico di  $g(x) = \log(2 + xf(x))$  vicino all'origine è:
-  ; 
   ; 
   ; 
   .
10. Per quale  $a \in \mathbf{R}$  la retta tangente in  $(a, g(a))$  al grafico di  $g(x) = 2^x$  passa per l'origine?  per  $a = \frac{1}{2 \log 2}$ ;  per  $a = \frac{\log 2}{2}$ ;  per  $a = \frac{1}{\log 2}$ ;  per  $a = \frac{2}{\log 2}$ .

ANALISI MATEMATICA 1		3 novembre 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. L'insieme dei numeri complessi  $z$  tali che  $|z-2i| = |z+2|$  e  $\operatorname{Re}z = -\operatorname{Im}z$  è:   $a$  una semiretta;   $b$  una circonferenza;   $c$  un punto;   $d$  una retta.
2. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  
  $a$  Se  $f \geq 0$  è crescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ ;   $b$  Se  $f \leq 0$  è decrescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ ;   $c$  Se  $f$  è decrescente, allora ha limite, finito o infinito, per  $x \rightarrow +\infty$ ;   $d$  Se per ogni  $n = 0, 1, 2, \dots$  si ha  $f(n\pi) = 0$ ,  $f(x) > 0$  per  $x \in (2n\pi, (2n+1)\pi)$ ,  $f(x) < 0$  per  $x \in ((2n+1)\pi, (2n+2)\pi)$ , allora non esiste il limite di  $f$  per  $x \rightarrow +\infty$ .
3. Qual è l'insieme dei valori  $\beta \geq 0$  per cui la funzione  $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x^3}{e^{\beta x}-1} & \text{per } x > 0 \\ 0 & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua?  
  $a$   $\beta < 2$ ;   $b$   $\beta > 3$ ;   $c$  ogni  $\beta \geq 0$ ;   $d$   $\beta > \frac{3}{2}$ .
4. Il massimo e il minimo di  $f(x) = 2 + 6x - 8x^3$  in  $[-1, 0]$  sono:   $a$   $\max f = 2$ ,  $\min f = 0$ ;   $b$   $\max f = 8$ ,  $\min f = 0$ ;   $c$   $\max f = 4$ ,  $\min f = 0$ ;   $d$   $\max f = 6$ ,  $\min f = 0$ .
5. Qual è il valore di  $\alpha \in \mathbf{R}$  per cui  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x}-1}{x} & \text{per } x > 0 \\ \alpha - 2x & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua in 0?   $a$  -3;   $b$  3;   $c$  2;   $d$  -2.
6. Se  $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$  allora  $z^4$  è:
- $a$   ;   $b$   ;   $c$   ;   $d$  
7. La definizione " $\forall A > 0 \exists B > 0$  tale che se  $x > B$  allora  $f(x) < -A$ " significa che:  
  $a$   $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;   $b$   $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;   $c$   $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ ;   $d$   $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ .
8. La soluzione di  $\bar{z} + 2iz = i$  è:   $a$   $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$ ;   $b$   $-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$ ;   $c$   $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i$ ;   $d$   $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$ .
9. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  continua. Se  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ,  $f(-1) = 1$  e  $f(1) = -1$ , allora:   $a$  l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente una soluzione;   $b$  l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente 3 soluzioni;   $c$  1 e -1 sono punti di massimo e minimo relativo;   $d$  l'equazione  $f(x) = 0$  può avere infinite soluzioni.
10. I valori di  $\alpha$  e  $\beta$  per i quali  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{per } x < 0 \\ \alpha x^3 - \beta & \text{per } x \in [0, 1] \\ 2x^3 + 2 & \text{per } x > 1 \end{cases}$  è continua in  $(-\infty, +\infty)$  sono:  
  $a$   $\alpha = 3, \beta = 1$ ;   $b$   $\alpha = 1, \beta = 2$ ;   $c$   $\alpha = 1, \beta = -2$ ;   $d$   $\alpha = 3, \beta = -1$ .

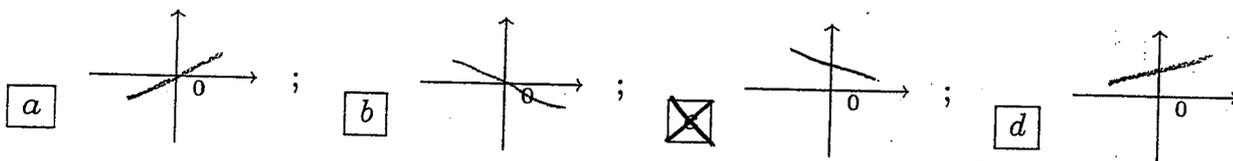
1. Per quale  $a \in \mathbf{R}$  la retta tangente in  $(a, g(a))$  al grafico di  $g(x) = 2^x$  passa per l'origine?  
 per  $a = \frac{1}{\log 2}$ ;  per  $a = \frac{2}{\log 2}$ ;  per  $a = \frac{1}{2 \log 2}$ ;  per  $a = \frac{\log 2}{2}$ .

2. Quale è l'intervallo dei valori di  $\alpha$  per i quali esiste  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha \cos x$ ?   $\alpha > 0$ ;   $\alpha < 0$ ;  
  $-1 < \alpha < 1$ ;   $\alpha \leq 0$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-2x^2} - \sqrt{1+\alpha x^2 + x^4}}{x} = 0$   per nessun  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  per tutti gli  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  
 solo per  $\alpha = 2$ ;  solo per  $\alpha = -2$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4 \log x + (e^{2x} - 1)^2}{1 - \cos x} =$   8;  2;   $\frac{1}{2}$ ;   $\frac{1}{8}$ .

5. Se  $f$  è una funzione derivabile con derivata continua,  $f(0) = 1$  e  $f'(0) = -1$ , allora il grafico di  $g(x) = \log(2 - xf(x))$  vicino all'origine è:



6.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 \sin(1/x^2) =$   0;   $+\infty$ ;  1;  2.

7. Sia  $g(x) = \sqrt{x} + 2x^2$  per  $x > 0$ . L'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa  $g^{-1}$  nel punto  $(3, 1)$  è:   $5y = 2x + 1$ ;   $3y = x$ ;   $9y = 2x + 3$ ;   $7y = 2x + 3$ .

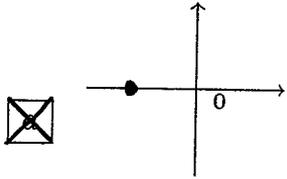
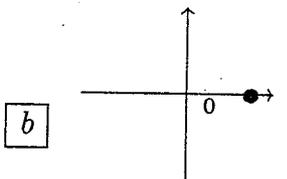
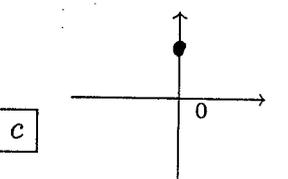
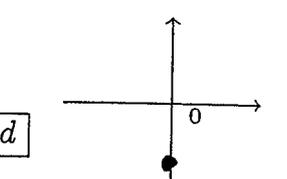
8. Se  $g(x) = \begin{cases} x + \beta x & \text{se } x \leq 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } 0 < x \end{cases}$ , per quali  $\beta \in \mathbf{R}$  la funzione  $g$  è derivabile in  $x = 0$ ?  solo per  $\beta = 0$ ;  solo per  $\beta = 1$ ;  per tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ ;  solo per  $\beta = -1$ .

9. Sia  $f: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$  con  $f'(x) > 1$  per ogni  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?   $f$  è invertibile;   $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ;   $f$  ha un asintoto verticale per  $x = 0$ ;   $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{\sqrt{x}}$  esiste finito.

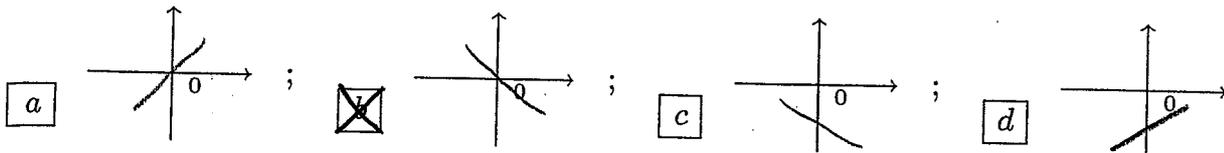
10. Se  $g(x) = \sqrt{4 + 8(f(x))^2}$  e  $f(0) = 2$  allora  $g'(0) =$    $\frac{4}{3}f'(0)$ ;   $\frac{8}{3}f'(0)$ ;  
  $\frac{2f'(0)}{\sqrt{1+2(f'(0))^2}}$ ;   $\frac{4}{\sqrt{1+2(f'(0))^2}}$ .

ANALISI MATEMATICA 1		3 novembre 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. Qual è il valore di  $\alpha \in \mathbf{R}$  per cui  $f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+2x)}{x} & \text{per } x > 0 \\ \alpha - 3x^2 & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua in 0?  a -2;  b -3;  c 3;  d 2.
2. La soluzione di  $2\bar{z} + iz = i$  è:  a  $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$ ;  b  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$ ;  c  $-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$ ;  d  $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i$ .
3. Sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  
 a Se per ogni  $n = 0, 1, 2, \dots$  si ha  $f(n\pi) = 0$ ,  $f(x) > 0$  per  $x \in (2n\pi, (2n+1)\pi)$ ,  $f(x) < 0$  per  $x \in ((2n+1)\pi, (2n+2)\pi)$ , allora non esiste il limite di  $f$  per  $x \rightarrow +\infty$ ;  b Se  $f \geq 0$  è crescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ ;  c Se  $f \leq 0$  è decrescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ ;  d Se  $f$  è decrescente, allora ha limite, finito o infinito, per  $x \rightarrow +\infty$ .
4. La definizione " $\forall A > 0 \exists B > 0$  tale che se  $0 < |x| < \frac{1}{B}$  allora  $f(x) > A$ " significa che:  
 a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;  b  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  c  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ;  d  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ .
5. I valori di  $\alpha$  e  $\beta$  per i quali  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{per } x < 0 \\ \alpha x^2 + \beta & \text{per } x \in [0, 1] \\ 2x^3 + 2 & \text{per } x > 1 \end{cases}$  è continua in  $(-\infty, +\infty)$  sono:  
 a  $\alpha = 3, \beta = -1$ ;  b  $\alpha = 3, \beta = 1$ ;  c  $\alpha = 1, \beta = 2$ ;  d  $\alpha = 1, \beta = -2$ .
6. L'insieme dei numeri complessi  $z$  tali che  $|z + i| = |z - 2|$  e  $\operatorname{Re} z \geq \operatorname{Im} z$  è:  a una retta;  b una semiretta;  c una circonferenza;  d un punto.
7. Qual è l'insieme dei valori  $\beta \geq 0$  per cui la funzione  $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x^3}{\sin(x^\beta)} & \text{per } x > 0 \\ 0 & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua?  
 a  $\beta > \frac{3}{2}$ ;  b  $\beta < 2$ ;  c  $\beta > 3$ ;  d ogni  $\beta \geq 0$ .
8. Se  $z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$  allora  $z^4$  è:
- a  ;  b  ;  c  ;  d 
9. Il massimo e il minimo di  $f(x) = 4x^3 - 3x + 1$  in  $[0, 1]$  sono:  a  $\max f = 6, \min f = 0$ ;  b  $\max f = 2, \min f = 0$ ;  c  $\max f = 8, \min f = 0$ ;  d  $\max f = 4, \min f = 0$ .
10. Sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  continua. Se  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ,  $f(-1) = -1$  e  $f(1) = 1$ , allora:  a l'equazione  $f(x) = 0$  può avere più di 5 soluzioni;  b l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente una soluzione;  c l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente 3 soluzioni;  d 1 e -1 sono punti di massimo e minimo relativo.

1. Se  $f$  è una funzione derivabile con derivata continua,  $f(0) = -1$  e  $f'(0) = 1$ , allora il grafico di  $g(x) = \log(1 + xf(x))$  vicino all'origine è:



2. Se  $g(x) = \begin{cases} \beta x^2 & \text{se } x \leq 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } 0 < x \end{cases}$ , per quali  $\beta \in \mathbf{R}$  la funzione  $g$  è derivabile in  $x = 0$ ?  **a** solo per  $\beta = -1$ ;  **b** solo per  $\beta = 0$ ;  **c** solo per  $\beta = 1$ ;  per tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ .

3. Quale è l'intervallo dei valori di  $\alpha$  per i quali esiste  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x^\alpha}$ ?  **a**  $\alpha \geq 0$ ;   $\alpha > 0$ ;  **c**  $\alpha < 0$ ;  **d**  $-1 < \alpha < 1$ .

4. Sia  $g(x) = 2\sqrt{x} + x^2$  per  $x > 0$ . L'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa  $g^{-1}$  nel punto  $(3, 1)$  è:  **a**  $7y = 2x + 3$ ;  **b**  $5y = 2x + 1$ ;   $3y = x$ ;  **d**  $9y = 2x + 3$ .

5. Se  $g(x) = \sqrt{1 + 2(f(x))^2}$  e  $f(0) = 2$  allora  $g'(0) =$   **a**  $\frac{4}{\sqrt{1 + 2(f'(0))^2}}$ ;   $\frac{4}{3}f'(0)$ ;  **c**  $\frac{8}{3}f'(0)$ ;  **d**  $\frac{2f'(0)}{\sqrt{1 + 2(f'(0))^2}}$ .

6. Per quale  $a \in \mathbf{R}$  la retta tangente in  $(a, g(a))$  al grafico di  $g(x) = 3^x$  passa per l'origine?  **a** per  $a = \frac{\log 3}{2}$ ;  per  $a = \frac{1}{\log 3}$ ;  **c** per  $a = \frac{2}{\log 3}$ ;  **d** per  $a = \frac{1}{2 \log 3}$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - 2x} - \sqrt{1 + \alpha x + x^2}}{x^2} = 0$   **a** solo per  $\alpha = -2$ ;  per nessun  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  **c** per tutti gli  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  **d** solo per  $\alpha = 2$ .

8.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x \sin(1/x^2) =$   **a** 2;  0;  **c**  $+\infty$ ;  **d** 1.

9.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4 \log x + (e^x - 1)^2}{1 - \cos 2x} =$   **a**  $\frac{1}{8}$ ;  **b** 8;  **c** 2;   $\frac{1}{2}$ .

10. Sia  $f: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$  con  $f'(x) < -1$  per ogni  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  **a**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{\sqrt{x}}$  esiste finito;  **b**  $f$  è invertibile;   $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  **d**  $f$  ha un asintoto verticale per  $x = 0$ .

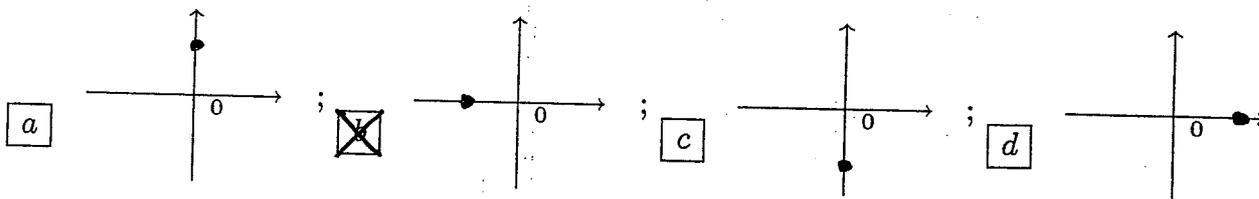
ANALISI MATEMATICA 1		3 novembre 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. I valori di  $\alpha$  e  $\beta$  per i quali  $f(x) = \begin{cases} 2x^3 + 2 & \text{per } x < 0 \\ \alpha x^3 + \beta & \text{per } x \in [0, 1] \\ 2x^2 + 1 & \text{per } x > 1 \end{cases}$  è continua in  $(-\infty, +\infty)$  sono:

$\alpha = 1, \beta = -2$ ;   $\alpha = 3, \beta = -1$ ;   $\alpha = 3, \beta = 1$ ;   $\alpha = 1, \beta = 2$ .

2. Se  $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$  allora  $z^4$  è:



3. La soluzione di  $z + 2iz\bar{z} = i$  è:   $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i$ ;   $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$ ;   $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$ ;   $-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$ .

4. Qual è l'insieme dei valori  $\beta \geq 0$  per cui la funzione  $g(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+2x^\beta)}{x^3+x^4} & \text{per } x > 0 \\ 0 & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua?

ogni  $\beta \geq 0$ ;   $\beta > \frac{3}{2}$ ;   $\beta < 2$ ;   $\beta > 3$ .

5. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continua. Se  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ,  $f(-1) = 1$  e  $f(1) = -1$ , allora:  1 e -1 sono punti di massimo e minimo relativo;  l'equazione  $f(x) = 0$  può avere infinite soluzioni;  l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente una soluzione;  l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente 3 soluzioni.

6. Qual è il valore di  $\alpha \in \mathbb{R}$  per cui  $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos(2x)}{3x^2-x^2} & \text{per } x > 0 \\ 3x^2 - \alpha & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua in 0?  2;  -2;  -3;  3.

7. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?

Se  $f$  è decrescente, allora ha limite, finito o infinito, per  $x \rightarrow +\infty$ ;  Se per ogni  $n = 0, 1, 2, \dots$  si ha  $f(n\pi) = 0$ ,  $f(x) > 0$  per  $x \in (2n\pi, (2n+1)\pi)$ ,  $f(x) < 0$  per  $x \in ((2n+1)\pi, (2n+2)\pi)$ , allora non esiste il limite di  $f$  per  $x \rightarrow +\infty$ ;  Se  $f \geq 0$  è crescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ ;  Se  $f \leq 0$  è decrescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ .

8. L'insieme dei numeri complessi  $z$  tali che  $|z - i| = |z + 2|$  e  $\text{Re}z = 0$  è:  un punto;  una retta;  una semiretta;  una circonferenza.

9. La definizione " $\forall B > 0 \exists A > 0$  tale che se  $x < -A$  allora  $f(x) > B$ " significa che:   $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ ;   $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;   $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;   $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ .

10. Il massimo e il minimo di  $f(x) = 3x - x^3 + 2$  in  $[-2, 0]$  sono:   $\max f = 4$ ,  $\min f = 0$ ;   $\max f = 6$ ,  $\min f = 0$ ;   $\max f = 2$ ,  $\min f = 0$ ;   $\max f = 8$ ,  $\min f = 0$ .

ANALISI MATEMATICA 1	3 novembre 2010
----------------------	-----------------

1. Se  $g(x) = \sqrt{4+8(f(x))^2}$  e  $f(0) = 2$  allora  $g'(0) =$   a  $\frac{2f'(0)}{\sqrt{1+2(f'(0))^2}}$ ;  b  $\frac{4}{\sqrt{1+2(f'(0))^2}}$ ;  c  $\frac{4}{3}f'(0)$ ;  d  $\frac{8}{3}f'(0)$ .

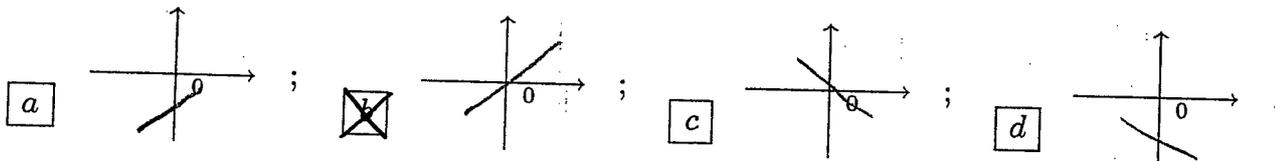
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 \sin(1/x) =$   a 1;  b 2;  c 0;  d  $+\infty$ .

3. Se  $g(x) = \begin{cases} \beta x & \text{se } x \leq 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } 0 < x \end{cases}$ , per quali  $\beta \in \mathbf{R}$  la funzione  $g$  è derivabile in  $x = 0$ ?  a per tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ ;  b solo per  $\beta = -1$ ;  c solo per  $\beta = 0$ ;  d solo per  $\beta = 1$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-2x} - \sqrt{1+\alpha x + x^2}}{x} = 0$   a solo per  $\alpha = 2$ ;  b solo per  $\alpha = -2$ ;  c per nessun  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  d per tutti gli  $\alpha \in \mathbf{R}$ .

5. Sia  $f: \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$  con  $f'(x) > 1$  per ogni  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  a  $f$  ha un asintoto verticale per  $x = 0$ ;  b  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{\sqrt{x}}$  esiste finito;  c  $f$  è invertibile;  d  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .

6. Se  $f$  è una funzione derivabile con derivata continua,  $f(0) = -1$  e  $f'(0) = 1$ , allora il grafico di  $g(x) = \log(1 - xf(x))$  vicino all'origine è:



7. Quale è l'intervallo dei valori di  $\alpha$  per i quali esiste  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha \cos x$ ?  a  $-1 < \alpha < 1$ ;  b  $\alpha \leq 0$ ;  c  $\alpha > 0$ ;  d  $\alpha < 0$ .

8. Per quale  $a \in \mathbf{R}$  la retta tangente in  $(a, g(a))$  al grafico di  $g(x) = 2^x$  passa per l'origine?  a per  $a = \frac{1}{2 \log 2}$ ;  b per  $a = \frac{\log 2}{2}$ ;  c per  $a = \frac{1}{\log 2}$ ;  d per  $a = \frac{2}{\log 2}$ .

9. Sia  $g(x) = \sqrt{x} + x^2$  per  $x > 0$ . L'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa  $g^{-1}$  nel punto  $(2, 1)$  è:  a  $9y = 2x + 3$ ;  b  $7y = 2x + 3$ ;  c  $5y = 2x + 1$ ;  d  $3y = x$ .

10.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4 \log x + (e^{2x} - 1)^2}{1 - \cos 2x} =$   a  $\frac{1}{2}$ ;  b  $\frac{1}{8}$ ;  c 8;  d 2.

Cognome:

Nome:

Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. Qual è l'insieme dei valori  $\beta \geq 0$  per cui la funzione  $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-x^3}{\sin(x^\beta)} & \text{per } x > 0 \\ 0 & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua?

a ogni  $\beta \geq 0$ ;  b  $\beta > \frac{3}{2}$ ;  c  $\beta < 2$ ;  d  $\beta > 3$ .

2. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  continua. Se  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ,  $f(-1) = 1$  e  $f(1) = -1$ , allora:  a 1 e -1 sono punti di massimo e minimo relativo;  b l'equazione  $f(x) = 0$  può avere infinite soluzioni;  c l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente una soluzione;  d l'equazione  $f(x) = 0$  ha esattamente 3 soluzioni.

3. I valori di  $\alpha$  e  $\beta$  per i quali  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{per } x < 0 \\ \alpha x^2 + \beta & \text{per } x \in [0, 1] \\ 2x^3 + 2 & \text{per } x > 1 \end{cases}$  è continua in  $(-\infty, +\infty)$  sono:

a  $\alpha = 1, \beta = -2$ ;  b  $\alpha = 3, \beta = -1$ ;  c  $\alpha = 3, \beta = 1$ ;  d  $\alpha = 1, \beta = 2$ .

4. L'insieme dei numeri complessi  $z$  tali che  $|z + 2i| = |z - 2|$  e  $\operatorname{Re} z \geq 0$  è:  a un punto;  b una retta;  c una semiretta;  d una circonferenza.

5. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?

a Se  $f$  è decrescente, allora ha limite, finito o infinito, per  $x \rightarrow +\infty$ ;  b Se per ogni  $n = 0, 1, 2, \dots$  si ha  $f(n\pi) = 0$ ,  $f(x) > 0$  per  $x \in (2n\pi, (2n+1)\pi)$ ,  $f(x) < 0$  per  $x \in ((2n+1)\pi, (2n+2)\pi)$ , allora non esiste il limite di  $f$  per  $x \rightarrow +\infty$ ;  c Se  $f \geq 0$  è crescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ ;  d Se  $f \leq 0$  è decrescente, allora ha limite finito per  $x \rightarrow +\infty$ .

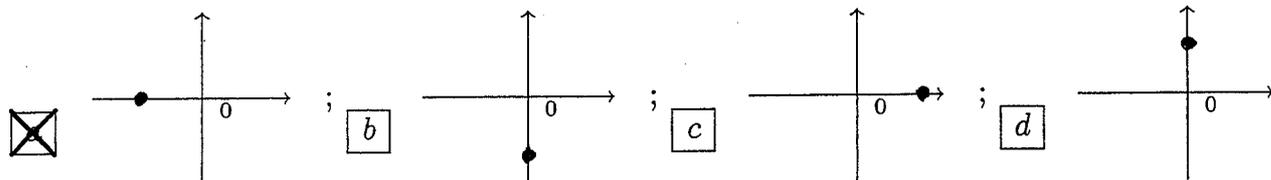
6. La definizione " $\forall A > 0 \exists B > 0$  tale che se  $x > B$  allora  $f(x) < -A$ " significa che:  a  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ ;  b  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ;  c  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ;  d  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ .

7. Qual è il valore di  $\alpha \in \mathbf{R}$  per cui  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{3x}-1}{x} & \text{per } x > 0 \\ \alpha - 2x & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è continua in 0?  a 2;

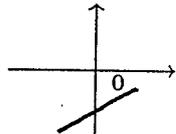
b -2;  c -3;  d 3.

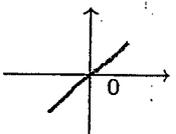
8. Il massimo e il minimo di  $f(x) = 4x^3 - 3x + 1$  in  $[0, 1]$  sono:  a  $\max f = 4$ ,  $\min f = 0$ ;  b  $\max f = 6$ ,  $\min f = 0$ ;  c  $\max f = 2$ ,  $\min f = 0$ ;  d  $\max f = 8$ ,  $\min f = 0$ .

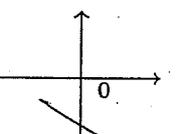
9. Se  $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$  allora  $z^4$  è:

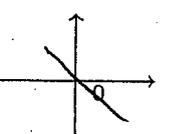


10. La soluzione di  $\bar{z} + 2iz = i$  è:  a  $-\frac{1}{3} - \frac{2}{3}i$ ;  b  $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$ ;  c  $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$ ;  d  $-\frac{1}{3} + \frac{2}{3}i$ .

1.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-2x} - \sqrt{1+\alpha x + x^2}}{x} = 0$      a solo per  $\alpha = 2$ ;     solo per  $\alpha = -2$ ;     c per nessun  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;     d per tutti gli  $\alpha \in \mathbf{R}$ .
2. Sia  $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbf{R}$  con  $f'(x) > 1$  per ogni  $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?     a  $f$  ha un asintoto verticale per  $x = 0$ ;     b  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{\sqrt{x}}$  esiste finito;     c  $f$  è invertibile;     d  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .
3. Se  $g(x) = \sqrt{4+8(f(x))^2}$  e  $f(0) = 2$  allora  $g'(0) =$      a  $\frac{2f'(0)}{\sqrt{1+2(f'(0))^2}}$ ;     b  $\frac{4}{\sqrt{1+2(f'(0))^2}}$ ;     c  $\frac{4}{3}f'(0)$ ;     d  $\frac{8}{3}f'(0)$ .
4. Per quale  $a \in \mathbf{R}$  la retta tangente in  $(a, g(a))$  al grafico di  $g(x) = 2^x$  passa per l'origine?     a per  $a = \frac{1}{2 \log 2}$ ;     b per  $a = \frac{\log 2}{2}$ ;     c per  $a = \frac{1}{\log 2}$ ;     d per  $a = \frac{2}{\log 2}$ .
5. Quale è l'intervallo dei valori di  $\alpha$  per i quali esiste  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha \cos x$ ?     a  $-1 < \alpha < 1$ ;     b  $\alpha \leq 0$ ;     c  $\alpha > 0$ ;     d  $\alpha < 0$ .
6. Sia  $g(x) = \sqrt{x+x^2}$  per  $x > 0$ . L'equazione della retta tangente al grafico della funzione inversa  $g^{-1}$  nel punto  $(2, 1)$  è:     a  $9y = 2x + 3$ ;     b  $7y = 2x + 3$ ;     c  $5y = 2x + 1$ ;     d  $3y = x$ .
7. Se  $f$  è una funzione derivabile con derivata continua,  $f(0) = -1$  e  $f'(0) = 1$ , allora il grafico di  $g(x) = \log(1 + xf(x))$  vicino all'origine è:
- a 

b 

c 

d 
8.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^4 \log x + (e^{2x} - 1)^2}{1 - \cos 2x} =$      a  $\frac{1}{2}$ ;     b  $\frac{1}{8}$ ;     c  $8$ ;     d  $2$ .
9.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^2 \sin(1/x) =$      a  $1$ ;     b  $2$ ;     c  $0$ ;     d  $+\infty$ .
10. Se  $g(x) = \begin{cases} \beta x & \text{se } x \leq 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} & \text{se } 0 < x \end{cases}$ , per quali  $\beta \in \mathbf{R}$  la funzione  $g$  è derivabile in  $x = 0$ ?     a per tutti i  $\beta \in \mathbf{R}$ ;     b solo per  $\beta = -1$ ;     c solo per  $\beta = 0$ ;     d solo per  $\beta = 1$ .