ANALISI MATEMATICA 1		8 gennaio 2010
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ l'integrale $\displaystyle\int_1^{+\infty} t^\alpha(1+t^4)^\alpha\,dt$ è convergente?

$\boxtimes$ $\alpha < -1/5$; $\boxed{b}$ $\alpha < -1$; $\boxed{c}$ $\alpha < -1/2$; $\boxed{d}$ $\alpha < -1/3$.

2. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ le soluzioni di $y'' - (4-\alpha^2)y = 0$ sono funzioni limitate? $\boxtimes$ $|\alpha| > 2$;

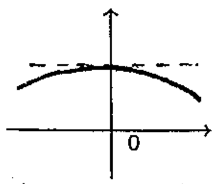
$\boxed{b}$ per nessun valore di α; $\boxed{c}$ $|\alpha| = 2$; $\boxed{d}$ $|\alpha| < 2$.

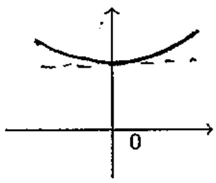
3. Siano $a_n > 0$ per ogni $n \geq 0$ e $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}\right)^{1/n} = 0$. Allora è necessariamente vero che $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$

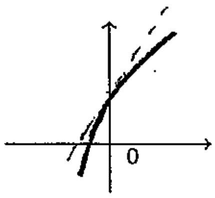
$\boxed{a}$ è divergente negativamente; $\boxed{b}$ è convergente; $\boxed{c}$ non è convergente né divergente;
$\boxtimes$ è divergente positivamente.

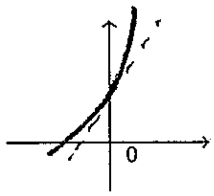
4. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y + e^{-4ty} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{d}$ 

.

5. Se $\int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^3 g(x)\,dx$, allora esistono due numeri $x_1, x_2 \in [0,3]$ tali che
$\boxed{a}$ $\frac{1}{4}f(x_1) = \frac{1}{3}g(x_2)$; $\boxtimes$ $\frac{1}{3}f(x_1) = \frac{1}{2}g(x_2)$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}f(x_1) = \frac{1}{3}g(x_2)$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}f(x_1) = \frac{1}{4}g(x_2)$.

6.
$$\int_{-2}^{-1} \frac{f(x^2)}{2x}\,dx =$$

$\boxed{a}$ $\displaystyle -\frac{1}{4}\int_1^4 \frac{f(t)}{t^2}\,dt$; $\boxtimes$ $\displaystyle -\frac{1}{4}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxed{c}$ $\displaystyle -\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t^2}\,dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle -\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$.

7. Lo sviluppo in serie nell'intervallo $(-1,1)$ e con centro in 0 della funzione $\dfrac{x}{1-x^2}$ è:

$\boxed{a}$ $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty} x^k$; $\boxtimes$ $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} x^{2k+1}$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} x^{2k}$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} x^k$.

8. $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{1}{x+2}\int_{x^2}^4 \frac{dt}{\sin t} =$ $\boxed{a}$ $\dfrac{4}{\cos 4}$; $\boxed{b}$ $\dfrac{-4}{\sin 4}$; $\boxtimes$ $\dfrac{4}{\sin 4}$; $\boxed{d}$ $\dfrac{-4}{\cos 4}$.

ANALISI MATEMATICA 1	8 gennaio 2010

1. (6 punti)
Si determini il raggio di convergenza r della serie di potenze

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log n}{3^n - n^2} x^n .$$

Si determini inoltre se la serie converge o non converge per $x = -r$ ed $x = r$.

Il raggio di convergenza r è dato da $\frac{1}{L}$, ove $L = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$.

Qui si ha $a_n = \frac{\log n}{3^n - n^2}$, $n \geq 2$, per cui $a_n > 0$, e dunque

$$L = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{\log(n+1)}{3^{n+1} - (n+1)^2} \cdot \frac{3^n - n^2}{\log n} \right) = \lim_{n\to\infty} \frac{\log(n+1)}{\log n} \cdot \lim_{n\to\infty} \frac{3^n - n^2}{3^{n+1} - (n+1)^2} .$$

Siccome 3^n tende più velocemente all'infinito di n^2, e siccome

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\log(n+1)}{\log n} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\log(x+1)}{\log x} \overset{\text{Hôpital}}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{1/x+1}{1/x} = 1 ,$$

si ha

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{3^n}{3^{n+1}} = 1/3 , \text{ e quindi } r = 3.$$

Per $x = 3$ la serie diventa $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log n}{3^n - n^2} \cdot 3^n$, e $\lim_{n\to\infty} \frac{\log n}{3^n - n^2} \cdot 3^n = +\infty$, per cui la serie <u>non</u> converge (diverge, essendo a termini positivi).

Per $x = -3$ la serie diventa $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log n}{3^n - n^2} \cdot (-1)^n 3^n$, e $\lim_{n\to\infty} \left| \frac{\log n}{3^n - n^2} \cdot (-1)^n 3^n \right| = +\infty$, per cui il termine generale <u>non</u> tende a 0, e la serie <u>non</u> converge.

ANALISI MATEMATICA 1	8 gennaio 2010

2. (6 punti)

Si calcoli il volume del solido ottenuto facendo ruotare attorno all'asse Y l'insieme

$$A = \{(x,y) \,|\, 0 \le x \le 1 \,,\, 2-x \le y \le xe^{2x} + 2 + x\}\,.$$

Il volume è dato da

per parti il primo addendo

$$V = 2\pi \int_0^1 x\left[(xe^{2x}+2+x)-(2-x)\right]dx = 2\pi \int_0^1 (x^2e^{2x}+2x^2)\,dx =$$

per parti il secondo addendo

$$= 2\pi\left[\frac{x^2}{2}e^{2x}\Big|_0^1 - \frac{1}{\cancel{2}}\int_0^1 \cancel{2}x\,e^{2x}dx + \frac{2}{3}x^3\Big|_0^1\right] =$$

$$= 2\pi\left[\frac{x^2}{2}e^{2x}\Big|_0^1 - \frac{1}{2}xe^{2x}\Big|_0^1 + \frac{1}{2}\int_0^1 e^{2x}dx + \frac{2}{3}x^3\Big|_0^1\right] =$$

$$= 2\pi\left[\frac{x^2}{2}e^{2x}\Big|_0^1 - \frac{1}{2}xe^{2x}\Big|_0^1 + \frac{1}{4}e^{2x}\Big|_0^1 + \frac{2}{3}x^3\Big|_0^1\right] =$$

$$= 2\pi\left(\cancel{\frac{e^2}{2}} - \cancel{\frac{1}{2}e^2} + \frac{1}{4}e^2 - \frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) = \pi\left(\frac{e^2}{2}+\frac{5}{6}\right).$$

ANALISI MATEMATICA 1	8 gennaio 2010

3. **(6 punti)**
Risolvete, in funzione di $\beta \in \mathbf{R}$, il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 3y' = e^{-3t}, \\ y(0) = 2, \\ y'(0) = \beta. \end{cases}$$

Per quale valore di β vale che $\lim_{t \to +\infty} y(t) \neq \pm\infty$?

È un'equazione lineare, del 2° ordine, a coefficienti costanti, non-omogenea.

Il polinomio associato è $r^2 - 3r$, che ha radici $r = 0$ ed $r = 3$.

La soluzione dell'omogenea è dunque

$$y_0(t) = c_1 + c_2 e^{3t}.$$

Una soluzione particolare della non-omogenea ha la forma

$y_*(t) = Ae^{-3t}$. Si ha

$$y_*'(t) = -3Ae^{-3t}, \quad y_*''(t) = 9Ae^{-3t},$$

per cui si vuole

$$9Ae^{-3t} - 3(-3Ae^{-3t}) = e^{-3t}, \quad \text{cioè} \quad 18A = 1, \quad A = \frac{1}{18}.$$

La soluzione dell'equazione è dunque

$$y(t) = c_1 + c_2 e^{3t} + \frac{1}{18} e^{-3t}.$$

Per risolvere il problema di Cauchy calcolo $y'(t) = 3c_2 e^{3t} - \frac{1}{6} e^{-3t}$,

per cui voglio

$$\begin{cases} 2 = y(0) = c_1 + c_2 + \frac{1}{18} \\ \beta = y'(0) = 3c_2 - 1/6 \end{cases} \longrightarrow c_2 = \beta/3 + 1/18 \rightarrow c_1 = \frac{17}{9} - \frac{\beta}{3}.$$

Si ha quindi

$$y(t) = \frac{17}{9} - \beta/3 + \left(\frac{\beta}{3} + \frac{1}{18}\right) e^{+3t} + \frac{1}{18} e^{-3t}.$$

Affinché si abbia $\lim_{t \to +\infty} y(t) \neq \pm\infty$ bisogna che scompaia il termine che contiene e^{3t}, dunque occorre $\beta/3 + 1/18 = 0$, cioè

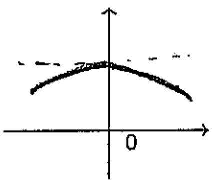
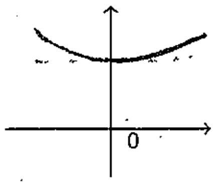
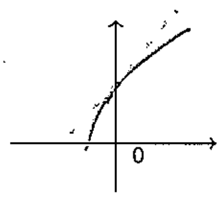
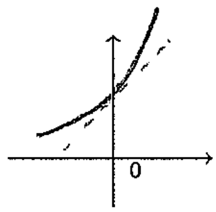
$\underline{\beta = -1/6}$.

ANALISI MATEMATICA 1		8 gennaio 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y + e^{-4ty} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxtimes$  ; $\boxed{d}$ 

2. $\lim_{x\to -2} \frac{1}{x+2} \int_{x^2}^{4} \frac{dt}{\sin t} =$ $\boxed{a}$ $\frac{4}{\cos 4}$; $\boxed{b}$ $\frac{-4}{\sin 4}$; $\boxtimes$ $\frac{4}{\sin 4}$; $\boxed{d}$ $\frac{-4}{\cos 4}$.

3. Se $\int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^2 g(x)\,dx$, allora esistono due numeri $x_1, x_2 \in [0,3]$ tali che $\boxed{a}$ $\frac{1}{4}f(x_1) = \frac{1}{3}g(x_2)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3}f(x_1) = \frac{1}{2}g(x_2)$; $\boxtimes$ $\frac{1}{2}f(x_1) = \frac{1}{3}g(x_2)$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}f(x_1) = \frac{1}{4}g(x_2)$.

4. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ l'integrale $\int_1^{+\infty} t^\alpha (1+t^4)^\alpha\,dt$ è convergente?
$\boxtimes$ $\alpha < -1/5$; $\boxed{b}$ $\alpha < -1$; $\boxed{c}$ $\alpha < -1/2$; $\boxed{d}$ $\alpha < -1/3$.

5. Siano $a_n > 0$ per ogni $n \geq 0$ e $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{a_n}{a_{n+1}}\right)^{1/n} = 2$. Allora è necessariamente vero che $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$
$\boxed{a}$ è divergente negativamente; $\boxtimes$ è convergente; $\boxed{c}$ non è convergente né divergente; $\boxed{d}$ è divergente positivamente.

6. Lo sviluppo in serie nell'intervallo $(-1,1)$ e con centro in 0 della funzione $\frac{x}{1-x^2}$ è:
$\boxed{a}$ $\sum_{k=2}^{\infty} x^k$; $\boxtimes$ $\sum_{k=0}^{\infty} x^{2k+1}$; $\boxed{c}$ $\sum_{k=1}^{\infty} x^{2k}$; $\boxed{d}$ $\sum_{k=1}^{\infty} x^k$.

7.
$$\int_{-2}^{-1} \frac{f(x^2)}{2x}\,dx =$$

$\boxed{a}$ $-\frac{1}{4}\int_1^4 \frac{f(t)}{t^2}\,dt$; $\boxtimes$ $-\frac{1}{4}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxed{c}$ $-\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t^2}\,dt$; $\boxed{d}$ $-\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$.

8. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ le soluzioni di $y'' - (4-\alpha^2)y = 0$ sono funzioni limitate? $\boxtimes$ $|\alpha| > 2$; $\boxed{b}$ per nessun valore di α; $\boxed{c}$ $|\alpha| = 2$; $\boxed{d}$ $|\alpha| < 2$.

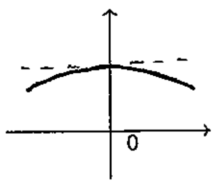
ANALISI MATEMATICA 1		8 gennaio 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

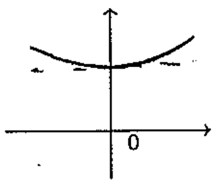
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

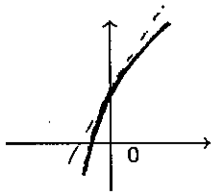
1. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ le soluzioni di $y'' - (1-\alpha^2)y = 0$ sono funzioni limitate? [a] $|\alpha| = 1$; [b] $|\alpha| < 1$; [X] $|\alpha| > 1$; [d] per nessun valore di α.

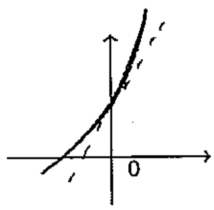
2. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y - e^{-ty} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

[a] 

; [X] 

; [c] 

; [d] 

.

3. Lo sviluppo in serie nell'intervallo $(-1,1)$ e con centro in 0 della funzione $\dfrac{x}{1-x}$ è: [a] $\sum_{k=1}^{\infty} x^{2k}$; [X] $\sum_{k=1}^{\infty} x^{k}$; [c] $\sum_{k=2}^{\infty} x^{k}$; [d] $\sum_{k=0}^{\infty} x^{2k+1}$.

4. $\lim_{x \to -2} \dfrac{1}{x+2} \displaystyle\int_{x^2}^{4} \frac{dt}{\cos t} =$ [a] $\dfrac{4}{\sin 4}$; [b] $\dfrac{-4}{\cos 4}$; [X] $\dfrac{4}{\cos 4}$; [d] $\dfrac{-4}{\sin 4}$.

5. $$\int_{-2}^{-1} \frac{f(x^2)}{2x^3}\,dx =$$

[a] $-\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_1^4 \frac{f(t)}{t^2}\,dt$; [b] $-\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$; [X] $-\dfrac{1}{4}\displaystyle\int_1^4 \frac{f(t)}{t^2}\,dt$; [d] $-\dfrac{1}{4}\displaystyle\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$.

6. Siano $a_n > 0$ per ogni $n \geq 0$ e $\lim_{n\to\infty} \left(\dfrac{a_n}{a_{n+1}}\right)^{1/n} = +\infty$. Allora è necessariamente vero che $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ [a] non è convergente né divergente; [b] è divergente positivamente; [c] è divergente negativamente; [X] è convergente.

7. Se $\int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^2 g(x)\,dx$, allora esistono due numeri $x_1, x_2 \in [0,3]$ tali che [X] $\frac{1}{2}f(x_1) = \frac{1}{3}g(x_2)$; [b] $\frac{1}{3}f(x_1) = \frac{1}{4}g(x_2)$; [c] $\frac{1}{4}f(x_1) = \frac{1}{3}g(x_2)$; [d] $\frac{1}{3}f(x_1) = \frac{1}{2}g(x_2)$.

8. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ l'integrale $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{(1+t^4)^\alpha}{t^{2\alpha}}\,dt$ è convergente? [X] $\alpha < -1/2$; [b] $\alpha < -1/3$; [c] $\alpha < -1/5$; [d] $\alpha < -1$.

ANALISI MATEMATICA 1		8 gennaio 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

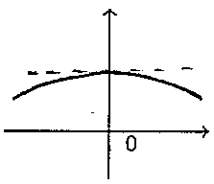
1.
$$\int_{-2}^{-1} \frac{f(x^2)}{x^3}\,dx =$$

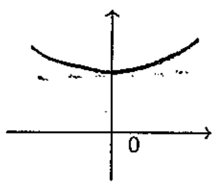
$\boxed{a}$ $-\frac{1}{4}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxed{\times}$ $-\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t^2}\,dt$; $\boxed{c}$ $-\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxed{d}$ $-\frac{1}{4}\int_1^4 \frac{f(t)}{t^2}\,dt$.

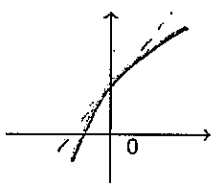
2. Siano $a_n > 0$ per ogni $n \geq 0$ e $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}\right)^{1/n} = \frac{1}{2}$. Allora è necessariamente vero che $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$
$\boxed{a}$ è convergente; $\boxed{b}$ non è convergente né divergente; $\boxed{\times}$ è divergente positivamente; $\boxed{d}$ è divergente negativamente.

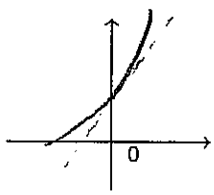
3. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y - e^{ty} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

$\boxed{\times}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

4. Lo sviluppo in serie nell'intervallo $(-1,1)$ e con centro in 0 della funzione $\dfrac{x^2}{1-x}$ è:
$\boxed{a}$ $\sum_{k=0}^{\infty} x^{2k+1}$; $\boxed{b}$ $\sum_{k=1}^{\infty} x^{2k}$; $\boxed{c}$ $\sum_{k=1}^{\infty} x^{k}$; $\boxed{\times}$ $\sum_{k=2}^{\infty} x^{k}$.

5. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ l'integrale $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{(1+t^2)^\alpha}{t^\alpha}\,dt$ è convergente?
$\boxed{\times}$ $\alpha < -1$; $\boxed{b}$ $\alpha < -1/2$; $\boxed{c}$ $\alpha < -1/3$; $\boxed{d}$ $\alpha < -1/5$.

6. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ le soluzioni di $y'' + (1-\alpha^2)y = 0$ sono funzioni limitate? $\boxed{a}$ per nessun valore di α; $\boxed{b}$ $|\alpha| = 1$; $\boxed{\times}$ $|\alpha| < 1$; $\boxed{d}$ $|\alpha| > 1$.

7. $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{1}{x-2}\int_{x^2}^{4} \frac{dt}{\cos t} =$ $\boxed{a}$ $\dfrac{-4}{\sin 4}$; $\boxed{b}$ $\dfrac{4}{\sin 4}$; $\boxed{\times}$ $\dfrac{-4}{\cos 4}$; $\boxed{d}$ $\dfrac{4}{\cos 4}$.

8. Se $\int_0^3 f(x)\,dx = \int_0^4 g(x)\,dx$, allora esistono due numeri $x_1, x_2 \in [0,4]$ tali che
$\boxed{a}$ $\frac{1}{3}f(x_1) = \frac{1}{2}g(x_2)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}f(x_1) = \frac{1}{3}g(x_2)$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{3}f(x_1) = \frac{1}{4}g(x_2)$; $\boxed{\times}$ $\frac{1}{4}f(x_1) = \frac{1}{3}g(x_2)$.

ANALISI MATEMATICA 1		8 gennaio 2010
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

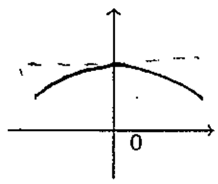
1. Lo sviluppo in serie nell'intervallo $(-1,1)$ e con centro in 0 della funzione $\dfrac{x^2}{1-x}$ è:
$\boxed{a}$ $\sum_{k=0}^{\infty} x^{2k+1}$; $\boxed{b}$ $\sum_{k=1}^{\infty} x^{2k}$; $\boxed{c}$ $\sum_{k=1}^{\infty} x^{k}$; $\boxed{\cancel{d}}$ $\sum_{k=2}^{\infty} x^{k}$.

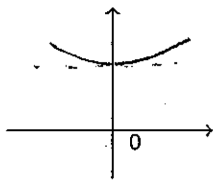
2. Se $\int_0^4 f(x)\,dx = \int_0^3 g(x)\,dx$, allora esistono due numeri $x_1, x_2 \in [0,4]$ tali che
$\boxed{a}$ $\frac{1}{3}f(x_1) = \frac{1}{2}g(x_2)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}f(x_1) = \frac{1}{3}g(x_2)$; $\boxed{\cancel{c}}$ $\frac{1}{3}f(x_1) = \frac{1}{4}g(x_2)$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{4}f(x_1) = \frac{1}{3}g(x_2)$.

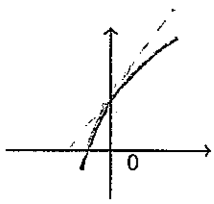
3. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ l'integrale $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{(1+t^2)^\alpha}{t^\alpha}\,dt$ è convergente?
$\boxed{\cancel{a}}$ $\alpha < -1$; $\boxed{b}$ $\alpha < -1/2$; $\boxed{c}$ $\alpha < -1/3$; $\boxed{d}$ $\alpha < -1/5$.

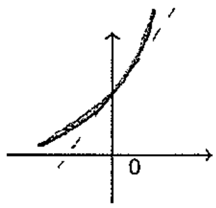
4.
$$\int_{-2}^{-1} \frac{f(x^2)}{x^3}\,dx =$$
$\boxed{a}$ $-\dfrac{1}{4}\displaystyle\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxed{\cancel{b}}$ $-\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_1^4 \frac{f(t)}{t^2}\,dt$; $\boxed{c}$ $-\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxed{d}$ $-\dfrac{1}{4}\displaystyle\int_1^4 \frac{f(t)}{t^2}\,dt$.

5. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = y - e^{ty} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

$\boxed{\cancel{a}}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

6. $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{1}{x-2}\int_{x^2}^4 \frac{dt}{\cos t} =$ $\boxed{a}$ $\dfrac{-4}{\sin 4}$; $\boxed{b}$ $\dfrac{4}{\sin 4}$; $\boxed{\cancel{c}}$ $\dfrac{-4}{\cos 4}$; $\boxed{d}$ $\dfrac{4}{\cos 4}$.

7. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ le soluzioni di $y'' + (1-\alpha^2)y = 0$ sono funzioni limitate? $\boxed{a}$ per nessun valore di α; $\boxed{b}$ $|\alpha| = 1$; $\boxed{\cancel{c}}$ $|\alpha| < 1$; $\boxed{d}$ $|\alpha| > 1$.

8. Siano $a_n > 0$ per ogni $n \geq 0$ e $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}\right)^{1/n} = 0$. Allora è necessariamente vero che $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$
$\boxed{a}$ è convergente; $\boxed{b}$ non è convergente né divergente; $\boxed{\cancel{c}}$ è divergente positivamente; $\boxed{d}$ è divergente negativamente.

ANALISI MATEMATICA 1		8 gennaio 2010
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Siano $a_n > 0$ per ogni $n \geq 0$ e $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{a_n}{a_{n+1}}\right)^{1/n} = \frac{1}{2}$. Allora è necessariamente vero che $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ $\boxtimes$ è divergente positivamente; $\boxed{b}$ è divergente negativamente; $\boxed{c}$ è convergente; $\boxed{d}$ non è convergente né divergente.

2. Lo sviluppo in serie nell'intervallo $(-1,1)$ e con centro in 0 della funzione $\frac{x^2}{1-x^2}$ è: $\boxed{a}$ $\sum_{k=1}^{\infty} x^k$; $\boxed{b}$ $\sum_{k=2}^{\infty} x^k$; $\boxed{c}$ $\sum_{k=0}^{\infty} x^{2k+1}$; $\boxtimes$ $\sum_{k=1}^{\infty} x^{2k}$.

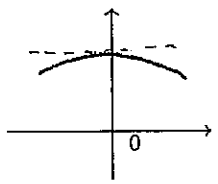
3. $\lim_{x\to 2} \frac{1}{x-2} \int_{x^2}^{4} \frac{dt}{\sin t} =$ $\boxed{a}$ $\frac{-4}{\cos 4}$; $\boxed{b}$ $\frac{4}{\cos 4}$; $\boxtimes$ $\frac{-4}{\sin 4}$; $\boxed{d}$ $\frac{4}{\sin 4}$.

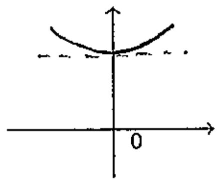
4. Se $\int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^3 g(x)\,dx$, allora esistono due numeri $x_1, x_2 \in [0,3]$ tali che $\boxed{a}$ $\frac{1}{3}f(x_1) = \frac{1}{4}g(x_2)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{4}f(x_1) = \frac{1}{3}g(x_2)$; $\boxtimes$ $\frac{1}{3}f(x_1) = \frac{1}{2}g(x_2)$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}f(x_1) = \frac{1}{3}g(x_2)$.

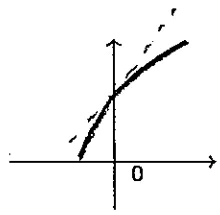
5. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ le soluzioni di $y'' + (4-\alpha^2)y = 0$ sono funzioni limitate? $\boxtimes$ $|\alpha| < 2$; $\boxed{b}$ $|\alpha| > 2$; $\boxed{c}$ per nessun valore di α; $\boxed{d}$ $|\alpha| = 2$.

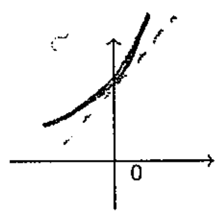
6. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y + e^{ty} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxtimes$ 

7. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ l'integrale $\int_1^{+\infty} t^\alpha (1+t^2)^\alpha\,dt$ è convergente? $\boxtimes$ $\alpha < -1/3$; $\boxed{b}$ $\alpha < -1/5$; $\boxed{c}$ $\alpha < -1$; $\boxed{d}$ $\alpha < -1/2$.

8.
$$\int_{-2}^{-1} \frac{f(x^2)}{x}\,dx =$$

$\boxtimes$ $-\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxed{b}$ $-\frac{1}{4}\int_1^4 \frac{f(t)}{t^2}\,dt$; $\boxed{c}$ $-\frac{1}{4}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxed{d}$ $-\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t^2}\,dt$.

ANALISI MATEMATICA 1		8 gennaio 2010
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Se $\int_0^4 f(x)\,dx = \int_0^3 g(x)\,dx$, allora esistono due numeri $x_1, x_2 \in [0,4]$ tali che
☒ $\frac{1}{3}f(x_1) = \frac{1}{4}g(x_2)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{4}f(x_1) = \frac{1}{3}g(x_2)$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{3}f(x_1) = \frac{1}{2}g(x_2)$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}f(x_1) = \frac{1}{3}g(x_2)$.

2.
$$\int_{-2}^{-1} \frac{f(x^2)}{x}\,dx =$$
☒ $-\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxed{b}$ $-\frac{1}{4}\int_1^4 \frac{f(t)}{t^2}\,dt$; $\boxed{c}$ $-\frac{1}{4}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxed{d}$ $-\frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t^2}\,dt$.

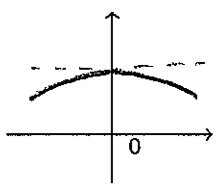
3. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ le soluzioni di $y'' + (4-\alpha^2)y = 0$ sono funzioni limitate? ☒ $|\alpha| < 2$;
$\boxed{b}$ $|\alpha| > 2$; $\boxed{c}$ per nessun valore di α; $\boxed{d}$ $|\alpha| = 2$.

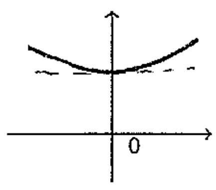
4. Siano $a_n > 0$ per ogni $n \geq 0$ e $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{a_n}{a_{n+1}}\right)^{1/n} = 2$. Allora è necessariamente vero che
$\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ $\boxed{a}$ è divergente positivamente; $\boxed{b}$ è divergente negativamente; ☒ è convergente;
$\boxed{d}$ non è convergente né divergente.

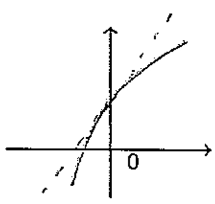
5. $\lim_{x\to 2} \frac{1}{x-2}\int_{x^2}^4 \frac{dt}{\sin t} =$ $\boxed{a}$ $\frac{-4}{\cos 4}$; $\boxed{b}$ $\frac{4}{\cos 4}$; ☒ $\frac{-4}{\sin 4}$; $\boxed{d}$ $\frac{4}{\sin 4}$.

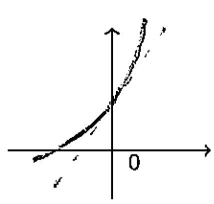
6. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ l'integrale $\int_1^{+\infty} t^\alpha (1+t^2)^\alpha\,dt$ è convergente?
☒ $\alpha < -1/3$; $\boxed{b}$ $\alpha < -1/5$; $\boxed{c}$ $\alpha < -1$; $\boxed{d}$ $\alpha < -1/2$.

7. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y' = y + e^{ty} \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; ☒ 

.

8. Lo sviluppo in serie nell'intervallo $(-1,1)$ e con centro in 0 della funzione $\frac{x^2}{1-x^2}$ è:
$\boxed{a}$ $\sum_{k=1}^{\infty} x^k$; $\boxed{b}$ $\sum_{k=2}^{\infty} x^k$; $\boxed{c}$ $\sum_{k=0}^{\infty} x^{2k+1}$; ☒ $\sum_{k=1}^{\infty} x^{2k}$.

ANALISI MATEMATICA 1		8 gennaio 2010
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{1}{x+2}\int_{x^2}^{4}\frac{dt}{\cos t}=$ $\boxed{a}$ $\dfrac{4}{\sin 4}$; $\boxed{b}$ $\dfrac{-4}{\cos 4}$; $\boxtimes$ $\dfrac{4}{\cos 4}$; $\boxed{d}$ $\dfrac{-4}{\sin 4}$.

2. Per quali $\alpha\in\mathbf{R}$ l'integrale $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{(1+t^4)^\alpha}{t^{2\alpha}}\,dt$ è convergente?
$\boxtimes$ $\alpha<-1/2$; $\boxed{b}$ $\alpha<-1/3$; $\boxed{c}$ $\alpha<-1/5$; $\boxed{d}$ $\alpha<-1$.

3.
$$\int_{-2}^{-1}\frac{f(x^2)}{2x^3}\,dx=$$
$\boxed{a}$ $-\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_1^4\frac{f(t)}{t^2}\,dt$; $\boxed{b}$ $-\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_1^4\frac{f(t)}{t}\,dt$; $\boxtimes$ $-\dfrac{1}{4}\displaystyle\int_1^4\frac{f(t)}{t^2}\,dt$; $\boxed{d}$ $-\dfrac{1}{4}\displaystyle\int_1^4\frac{f(t)}{t}\,dt$.

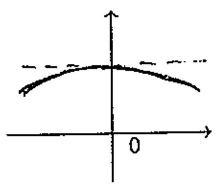
4. Per quali $\alpha\in\mathbf{R}$ le soluzioni di $y''-(1-\alpha^2)y=0$ sono funzioni limitate? $\boxed{a}$ $|\alpha|=1$; $\boxed{b}$ $|\alpha|<1$; $\boxtimes$ $|\alpha|>1$; $\boxed{d}$ per nessun valore di α.

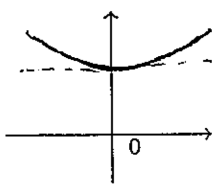
5. Lo sviluppo in serie nell'intervallo $(-1,1)$ e con centro in 0 della funzione $\dfrac{x}{1-x}$ è:
$\boxed{a}$ $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}x^{2k}$; $\boxtimes$ $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}x^{k}$; $\boxed{c}$ $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty}x^{k}$; $\boxed{d}$ $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}x^{2k+1}$.

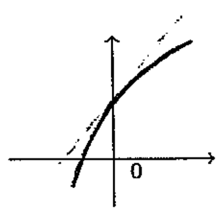
6. Se $\int_0^3 f(x)\,dx=\int_0^4 g(x)\,dx$, allora esistono due numeri $x_1,x_2\in[0,4]$ tali che $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}f(x_1)=\frac{1}{3}g(x_2)$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3}f(x_1)=\frac{1}{4}g(x_2)$; $\boxtimes$ $\frac{1}{4}f(x_1)=\frac{1}{3}g(x_2)$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}f(x_1)=\frac{1}{2}g(x_2)$.

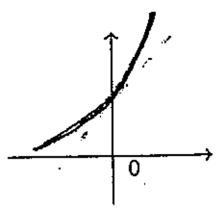
7. Siano $a_n>0$ per ogni $n\ge 0$ e $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{a_{n+1}}\right)^{1/n}=+\infty$. Allora è necessariamente vero che $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}a_n$ $\boxed{a}$ non è convergente né divergente; $\boxed{b}$ è divergente positivamente; $\boxed{c}$ è divergente negativamente; $\boxtimes$ è convergente.

8. Indicate quale grafico rappresenta la soluzione del problema di Cauchy
$$\begin{cases} y'=y-e^{-ty}\\ y(0)=1.\end{cases}$$

$\boxed{a}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.