

Calcolo Differenziale e Integrale Multidimensionale

1. Calcolo infinitesimale in piú variabili

- Funzioni di piú variabili a valori scalari.
- Funzioni di piú variabili a valori vettoriali.
- Limiti. Calcolo di limiti di forme indeterminate.
- Continuità. Teorema di Weierstrass e teorema di esistenza degli zeri.

2. Curve

- Funzioni di una variabile a valori vettoriali.
- Curve parametriche. Curve regolari. Vettore tangente e retta tangente.
- Lunghezza di una curva.
- Integrali curvilinei.

3. Calcolo differenziale in piú variabili

- Derivate parziali e direzionali, gradiente, differenziale, piano tangente. Relazioni fra differenziabilità, esistenza delle derivate direzionali e continuità. Le funzioni di classe C^1 sono differenziabili.
- Derivazione delle funzioni composte.
- Derivate successive. Teorema di Schwarz.
- Problemi di massimo e minimo: estremi liberi, teorema di Fermat, formula di Taylor del II ordine, matrice hessiana, forme quadratiche.
- Problemi di massimo e minimo: estremi vincolati, moltiplicatori di Lagrange.
- Metodo dei minimi quadrati e sue applicazioni.
- Funzioni definite implicitamente (teorema di Dini).
- Trasformazioni di coordinate. Matrice jacobiana.

4. Campi vettoriali ed operatori differenziali vettoriali

- Campi conservativi e potenziali. Integrali curvilinei di campi conservativi.
- Gradiente, divergenza, rotore e legami fra di loro.
- Campi irrotazionali e solenoidali. I campi conservativi sono irrotazionali. Caratterizzazione dei campi conservativi in termini di integrali curvilinei.

5. Calcolo integrale in piú variabili

- Integrali doppi e tripli. Proprietà dell'integrale. Riduzione ad integrazioni semplici successive. Cambiamento di variabile.

6. Integrali superficiali

- Superfici parametriche. Superfici regolari. Superfici cartesiane (grafici). Luoghi di zeri.
- Vettore normale e piano tangente.
- Area di superfici. Integrali di superficie.
- Orientazione delle superficie. Teoremi della divergenza e del rotore.

Basi Analitiche del Calcolo delle Probabilità

Statistica Descrittiva. Modalità e frequenze relative. Istogrammi.

Media, varianza, covarianza, coefficiente di correlazione. Indici di posizione (o di centralità), di dispersione e di forma: momenti centrati, indice di skewness, indice di kurtosi.

Funzione di ripartizione. Moda. Mediana. Quantili, decili, quartili. Boxplots.

Calcolo Combinatorio. Permutazioni, disposizioni, combinazioni (senza ripetizioni). Legge ipergeometrica. Partizioni.

Probabilità. Spazi di probabilità. Eventi. Equiprobabilità. Probabilità condizionale. Formula di Bayes. Eventi indipendenti. Schema di Bernoulli.

Variabili Aleatorie. Variabili aleatorie (v.a.) scalari, discrete e continue. Legge di una v.a.. Densità. Funzione di ripartizione. V.a. indipendenti. Densità condizionale.

Legge congiunta di v.a. scalari. Leggi marginali di un v.a. vettoriale. Moltiplicatività delle densità di v.a. indipendenti. Operazioni tra v.a. e corrispondenti densità.

Speranza e Varianza. Speranza di una v.a.. Additività e (per v.a. indipendenti) moltiplicatività della speranza. Speranza della funzione di una v.a.. Varianza e covarianza. Coefficiente di correlazione. Disuguaglianza di Chebyshev. Legge dei grandi numeri.

Leggi Notevoli. Legge di Bernoulli $B(1, p)$. Legge binomiale $B(n, p)$. Legge geometrica. Legge di Poisson $P(\lambda)$ e mancanza di memoria. Convergenza della legge binomiale alla legge di Poisson. Legge normale $N(\mu, \sigma^2)$. Teorema limite centrale.

Esercitazioni

1. Calcolo di limiti (comprese le forme indeterminate).
2. Calcolo di derivate parziali e di operatori differenziali (gradiente, divergenza, rotore). Sviluppi di Taylor.
3. Calcolo di integrali curvilinei, in particolare della lunghezza delle curve e del lavoro di campi vettoriali. Calcolo del vettore tangente e della retta tangente.
4. Calcolo di massimi e minimi (sia relativi che assoluti) di funzioni scalari di più variabili.
5. Calcolo di integrali multipli, in particolare di aree e di volumi.
6. Calcolo di integrali superficiali, in particolare di aree di superfici. Calcolo del vettore normale, della retta normale e del piano tangente.
7. Determinazione di un potenziale di un campo vettoriale conservativo.
8. Calcolo di probabilità di eventi mediante calcolo combinatorio.
9. Uso della formula di Bayes.
10. Uso di alcune distribuzioni di probabilità.
11. Calcolo di densità di probabilità.

Testi di Riferimento

- [1] M. Bramanti, C. Pagani, S. Salsa: Matematica. Zanichelli, Bologna 2004. Cap. 9–12.
- [2] P. Baldi: Introduzione alla probabilità con elementi di statistica. McGraw-Hill, Milano 2003. pp. 1–73 e paragrafi 4.1, 4.2, 4.3, 4.6, 5.3.

Modalità di Esame. Una prova scritta, che può anche contenere domande di teoria, ed una prova orale.