

## Programma del corso di ANALISI MATEMATICA II, a.a. 2010-11

### I. Calcolo Differenziale ed Integrale Multidimensionale [1]

#### 1. Calcolo infinitesimale in piú variabili

- Funzioni di piú variabili a valori scalari o vettoriali.
- Coordinate cartesiane, polari, cilindriche e sferiche. Formule di trasformazione.
- Limiti. Calcolo di limiti di forme indeterminate.
- Continuità. Teorema di Weierstrass.
- Grafico qualitativo di funzioni di una variabile.

#### 2. Curve ed integrali curvilinei

- Curve in forma parametrica, esplicita, implicita. Curve regolari. Vettore tangente e retta tangente.
- Lunghezza di una curva. Integrali curvilinei.

#### 3. Calcolo differenziale in piú variabili

- Insiemi aperti, chiusi, frontiera.
- Derivate parziali e direzionali, gradiente, differenziale, piano tangente. Relazioni fra differenziabilità, derivabilità direzionale e continuità.
- Derivazione delle funzioni composte. Derivate successive.
- Problemi di massimo e minimo: estremi liberi, teorema di Fermat, formula di Taylor del II ordine, matrice hessiana, forme quadratiche.
- Problemi di massimo e minimo: estremi vincolati, moltiplicatori di Lagrange.
- Metodo dei minimi quadrati e sue applicazioni.
- Funzioni definite implicitamente (teorema di Dini).
- Trasformazioni di coordinate. Matrice jacobiana.

#### 4. Campi vettoriali ed operatori differenziali vettoriali

- Campi conservativi e potenziali. Integrali curvilinei di campi conservativi.
- Gradiente, divergenza, rotore e reciproci legami.
- Campi irrotazionali e solenoidali. Caratterizzazioni dei campi conservativi.

#### 5. Calcolo integrale in piú variabili

- Integrali doppi e tripli. Proprietà dell'integrale. Riduzione ad integrazioni semplici successive.
- Cambiamento di variabile di integrazione. Formula di Green.

#### 6. Superfici ed integrali superficiali

- Superfici parametriche. Superfici regolari. Superfici in forma esplicita ed implicita.
- Vettore normale e piano tangente.
- Area superficiale. Integrali di superficie.
- Teoremi della divergenza e del rotore.

### II. Basi Analitiche del Calcolo delle Probabilità [2]

#### 1. Statistica Descrittiva

- Modalità e frequenze relative. Istogrammi.
- Media, varianza, covarianza, coefficiente di correlazione.
- Moda. Mediana. Quantili, decili, quartili. Boxplots.
- Funzione di ripartizione. Momenti. Indici di posizione, di dispersione e di forma.
- Regressione lineare.

#### 2. Calcolo Combinatorio

- Permutazioni, disposizioni, combinazioni.
- Legge ipergeometrica. Partizioni.

#### 3. Probabilità

- Spazi di probabilità. Eventi. Equiprobabilità.
- Probabilità condizionale. Formula di Bayes.

- Eventi indipendenti. Schema di Bernoulli.

#### 4. Variabili Aleatorie

- Variabili aleatorie (v.a.) scalari, discrete e continue.
- Legge, densità e funzione di ripartizione di una v.a..
- Legge congiunta di v.a. scalari. Leggi marginali di un v.a. vettoriale.
- V.a. indipendenti. Moltiplicatività delle densità di v.a. indipendenti.
- Operazioni tra v.a. e corrispondenti densità.

#### 5. Speranza e Varianza

- Speranza di una v.a.. Speranza della funzione di una v.a..
- Momenti. Varianza e covarianza di v.a.. Coefficiente di correlazione.
- Disuguaglianza di Chebyshev. Legge dei grandi numeri.

#### 6. Leggi Notevoli

- Legge di Bernoulli  $B(1, p)$ . Legge binomiale  $B(n, p)$ . Leggi geometrica e ipergeometrica.
- Legge di Poisson  $P(\lambda)$  e mancanza di memoria. Convergenza della legge binomiale alla legge di Poisson.
- Legge esponenziale  $\text{Exp}(\lambda)$ . Convergenza della legge geometrica alla legge esponenziale. Legge normale  $N(\mu, \sigma^2)$ . Teorema limite centrale.

### III. Esercitazioni

1. Calcolo di limiti (comprese le forme indeterminate).
2. Calcolo di derivate parziali e di operatori differenziali (gradiente, divergenza, rotore). Sviluppi di Taylor.
3. Calcolo di integrali curvilinei, in particolare della lunghezza delle curve e del lavoro di campi vettoriali. Calcolo del vettore tangente e della retta tangente.
4. Calcolo di massimi e minimi (sia relativi che assoluti) di funzioni scalari di più variabili.
5. Calcolo di integrali multipli, in particolare di aree e di volumi.
6. Calcolo di integrali superficiali, in particolare di aree di superfici. Calcolo del vettore normale, della retta normale e del piano tangente.
7. Determinazione di un potenziale di un campo vettoriale conservativo.
8. Calcolo di probabilità di eventi mediante calcolo combinatorio.
9. Uso della formula di Bayes.
10. Uso di alcune distribuzioni di probabilità.
11. Calcolo di leggi di probabilità.

#### Testi di Riferimento

- [1] M. Bramanti, C. Pagani, S. Salsa: *Matematica*. Zanichelli, Bologna 2004. Cap. 9–13.  
 [2] P. Baldi: *Introduzione alla probabilità con elementi di statistica*. McGraw-Hill, Milano 2003. pp. 1–73 ed i paragrafi 4.1, 4.2, 4.3, 4.6, 5.3.

Delle note sono disponibili sulla pagina web del docente:  
<http://www.science.unitn.it/~visintin/>

**Propedeuticità.** Per sostenere questo esame occorre aver superato l'esame dei corsi di Analisi Matematica I e Geometria.

**Modalità di Esame.** Una prova scritta, che può anche contenere domande di teoria, ed una prova orale.