

1. Studiare la convergenza dei seguenti integrali impropri

i) $\int_0^1 \frac{\sin x + 5}{x\sqrt{x+3}} dx ;$

ii) $\int_1^\infty \frac{e^{1/x} - 1}{\log x \sqrt{x+3}} dx .$

2. Studiare la convergenza delle serie numeriche

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + \log n}{(n + \cos n)^3}$

ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n}{e^{n/2}}$

3. Calcolare la soluzione generale dell'equazioni differenziali

i) $y'(x) = \frac{x^2 + 1}{y(x)}$

ii) $y'(x) + y(x) \sin x = \sin x \cos x$

4. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

i)

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + 2y(x) = x^2 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

ii)

$$\begin{cases} y''(x) + y'(x) - 2y(x) = \cos x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$