

Analisi Numerica
Prova al calcolatore - 20 aprile 2005

COGNOME:

NOME:

N. MATRICOLA:

1. Scrivere uno script file che riceva in input una matrice A e un vettore \mathbf{b} e un parametro ω risolva il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ usando il seguente metodo iterativo:

$$\mathbf{x}^0 = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^n + \omega D^{-1}(\mathbf{b} - A\mathbf{x}^n) \quad n \geq 0,$$

dove D è la matrice diagonale di A . (In octave si calcola col comando $D=\text{diag}(\text{diag}(A))$). Fermare l'iterazione se il residuo $res = \|\mathbf{b} - A\mathbf{x}^n\|$ è minore di 10^{-5} oppure se il numero d'iterazioni è maggiore di 200.

Il programma deve eseguire le seguenti istruzioni:

- lettura in input della matrice A , del vettore colonna \mathbf{b} e del parametro ω ,
- calcolo del vettore iniziale \mathbf{x}^0 (vettore colonna di zeri),
- calcolo della matrice $P = D^{-1}$,
- inizializzazione del contatore dell'iterazioni a zero,
- calcolo del residuo iniziale $res = \|\mathbf{b} - A\mathbf{x}^0\|$ (per calcolare la norma usare il comando `norm`),
- ciclo `while` da fermare se il numero di iterazione supera 200 o il residuo è minore di 10^{-5} ;
- al interno del ciclo `while`
 - aggiornamento del numero d'iterazioni,
 - calcolo del nuovo vettore $\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^n + \omega P(\mathbf{b} - A\mathbf{x}^n)$
 - calcolo del nuovo residuo.

2. Risolvere il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -3 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

con questo metodo e parametro $\omega = 0.5$, $\omega = 1$ e $\omega = 1.2$.

Riportare nella tabella il numero d'iterazioni.

ω	N. iterazioni
$\omega = 0.5$	
$\omega = 1$	
$\omega = 1.2$	