COGNOME NOME N. Matricola

Calcolo Numerico - II prova intermedia - A

15 giugno 2009

Esercizio 1

i) Approssimare

$$I = \int_0^1 (x^2 + 3x + 4)e^{-x}\, dx$$

usando il metodo del punto medio composito con tre sottointervalli.

ii) Stimare il numero di sottointervalli necessari per approssimare I con errore minore di 10^{-4} usando il metodo del punto medio composito.

Esercizio 2

Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{1+3t}{y} & t \in [0,1] \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

approssimare la soluzione usando il metodo di Taylor di ordine 2 con passo $h = 0.5$.

Esercizio 3

Verificare la convergenza del seguente metodo a più passi per l'approssimazione della soluzione di un problema di Cauchy:

$$u_{n+1} = u_{n-1} + \frac{h}{3}[f_{n+1} + 4f_n + f_{n-1}]\,.$$

Esercizio 4

Scrivere una funzione di Matlab che data una funzione f, un intervallo $[a, b]$ e un numero naturale N approssimi $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$ sostituendo alla funzione f il polinomio interpolatorio di f negli $N+1$ nodi di Chebyshev dell'intervallo $[a, b]$.

La funzione deve:

- ricevere in ingresso la funzione f, gli estremi a e b dell'intervallo di integrazione e il numero naturale N, e restituire il valore approssimato dell'integrale `Iapp`;
- calcolare gli $N+1$ nodi di Chebyshev dell'intervallo $[a, b]$;
- calcolare i valori di f nei nodi di Chebyshev;
- calcolare il polinomio p che interpola la funzione f negli $N+1$ nodi di Chebyshev;
- usando il comando `polyint`, calcolare una primitiva q di p.
- usando la primitiva q, calcolare `Iapp` $= \int_a^b p(x)\,dx$. (Suggerimento: usare il comando `polyval` per valutare $q(a)$ e $q(b)$).

COGNOME | | NOME | | N. Matricola | |

Calcolo Numerico - II prova intermedia - B

15 giugno 2009

Esercizio 1

i) Approssimare

$$I = \int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2+3}\, dx$$

usando il metodo del punto medio composito con tre sottointervalli.

ii) Stimare il numero di sottointervalli necessari per approssimare I con errore minore di 10^{-4} usando il metodo del punto medio composito.

Esercizio 2

Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{1+t}{2y} \quad & t \in [0,1] \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

approssimare la soluzione usando il metodo di Taylor di ordine 2 con passo $h = 0.5$.

Esercizio 3

Verificare la convergenza del metodo di Adams-Bashforth a tre passi

$$u_{n+1} = u_n + \frac{h}{12}(23f_n - 16f_{n-1} + 5f_{n-2})$$

per l'approssimazione della soluzione di un problema di Cauchy.

Esercizio 4

Scrivere una funzione di Matlab che implemeti il metodo di Adams-Bashforth a tre passi

$$u_{n+1} = u_n + \frac{h}{12}(23f_n - 16f_{n-1} + 5f_{n-2})$$

per l'approssimazione della soluzione di un problema di Cauchy.
Prendere $u_0 = y(t_0)$ e usare il metodo di Eulero modificato

$$u_{n+1} = u_n + hf\left(t_n + \frac{h}{2}, u_n + \frac{h}{2}f(t_n, u_n)\right)$$

per calcolare u_1 e u_2.