Esercizio

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo di Newton per l'approssimazione della soluzione di un'equazione non lineare.

- Usando questa funzione approssimare la soluzione di
  - $e^{-x} = x^3$;
  - $\sqrt{3}x^4 + (\sqrt{3} - 6)x^3 + (3\sqrt{3} - 5)x^2 + \sqrt{3}x + 3 = 0.$
- Verificare numericamente l'ordine di convergenza del metodo.

Ordine di convergenza di un metodo iterativo

$$\frac{|\alpha - x^{(k+1)}|}{|\alpha - x^{(k)}|^p} \to C \qquad k \to \infty$$

Per k sufficientemente grande $|\alpha - x^{(k+1)}| \approx C|\alpha - x^{(k)}|^p$ quindi

$$\log|\alpha - x^{(k+1)}| \approx \log C + p \log|\alpha - x^{(k)}|$$

ma anche $|\alpha - x^{(k+2)}| \approx C|\alpha - x^{(k+1)}|^p$ quindi

$$\log|\alpha - x^{(k+2)}| \approx \log C + p \log|\alpha - x^{(k+1)}|\,.$$

$$\log|\alpha - x^{(k+2)}| - \log|\alpha - x^{(k+1)}| \approx p(\log|\alpha - x^{(k+1)}| - \log|\alpha - x^{(k)}|)$$

```
function [x,nit,vec]=newton(f,df,x0)
toll=1.e-8;
nitmax=500;
vec=[x0];
nit=0;
inc=toll+1;
while abs(inc) > toll
  inc=feval(f,x0)/feval(df,x0);
  x=x0-inc;
  vec=[vec x];
  nit=nit+1;
  if nit==nitmax, return, end
  x0=x;
end
```

```
>> [alpha,n,vec]=newton(@fun,@dfun,1);
>> vec=vec(1:end-1);
>> err=abs(vec-alpha);
>> lerr=log(err);
>> diff=lerr(2:end)-lerr(1:end-1);
>> p=diff(2:end)./diff(1:end-1)
```

Risoluzione di equazioni non lineari con Matlab

- Il comando `fzero` di Matlab calcola uno zero di una funzione `fun` vicino ad un certo valore `x0`.
- La funzione $f(x) = x^2 - 1 + e^x$ ha due zeri nell'intervallo (-1,1). Usando Matlab possiamo approssimarli coi seguenti comandi:

```
>> fun='x^2-1+exp(x)';
>> fzero(fun,1)
>> fzero(fun,-1)
```