

COGNOME

NOME

N. Matricola

Calcolo Numerico (Ing. Civile) - Seconda prova intermedia
22 dicembre 2010

Esercizio 1

Dato l'integrale

$$I = \int_0^1 \frac{e^{-x}}{x+1} dx$$

- i) approssimare I usando la formula di Gauss a tre punti;
- ii) stimare il numero di sottointervalli necessari per approssimare I con errore minore di 10^{-2} usando la formula dei trapezi.

Esercizio 2

Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = t(y + 1) & t \in [0, T] \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

approssimare $y(0.5)$ usando

- i) il metodo di Taylor di ordine 2 con passo $h = 1/4$;
- ii) il metodo di Crank-Nicolson con passo $h = 1/4$.

Esercizio 3

Dato il seguente metodo a più passi per l'approssimazione della soluzione di un problema di Cauchy:

$$u_{i+1} = u_{i-2} + \frac{3h}{8}(f_{i+1} + 3f_i + 3f_{i-1} + f_{i-2}),$$

- i) dimostrare che è convergente;
- ii) dimostrare che ha ordine di consistenza 4.

Esercizio 4

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il seguente metodo-predictor corrector per l'approssimazione della soluzione di un problema di Cauchy:

$$u_{i+1}^* = u_i + \frac{h}{12}(23f_i - 16f_{i-1} + 5f_{i-2})$$
$$u_{i+1} = u_i + \frac{h}{24}(9f(t_{i+1}, u_{i+1}^*) + 19f_i - 5f_{i-1} + f_{i-2}).$$

Usare il metodo di Runge-Kutta di ordine 4 per inizializzare il metodo predictor-corrector.