

COGNOME

NOME

N. Matricola

Calcolo Numerico [140060] Ing. Civile - Quinto appello a.a. 2011–2012  
3 settembre 2012

### Esercizio 1

Usando l'algoritmo di Thomas calcolare la fattorizzazione  $LU$  della matrice tridiagonale

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

e risolvere il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -6 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

## Esercizio 2

Per i dati nella tabella

$x_i$	-2	-1	0	1	2
$y_i$	7.3	5.1	1.8	-0.7	-3.9

calcolare il valore in  $\hat{x} = 0.5$

- i) della retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati;
- ii) del polinomio interpolatore di Lagrange;
- iii) della funzione d'interpolazione composita lineare a tratti.

### Esercizio 3

Data l'equazione non lineare

$$e^x + x(x^2 + 3) = 0$$

- i) dimostrare che ha una unica soluzione;
- ii) usando il metodo di Newton approssimare la soluzione con errore stimato minore di  $10^{-2}$ ;
- ii) studiare la convergenza dell'iterazione di punto fisso

$x^{(0)}$  assegnato

$$x^{(k+1)} = -\frac{e^{x^{(k)}}}{[x^{(k)}]^2 + 3} \quad \text{per } k \geq 0.$$

#### Esercizio 4

Usando il metodo dei trapezi approssimare

$$\int_0^1 \cos\left(\frac{1+x^2}{3}\right) dx$$

con errore minore di  $10^{-2}$ .

### Esercizio 5

Dimostrare che il metodo a più passi per l'approssimazione della soluzione di un problema di Cauchy

$$u_{i+1} = \frac{18}{11}u_i - \frac{9}{11}u_{i-1} + \frac{2}{11}u_{i-2} + \frac{6h}{11}f_{i+1}$$

ha ordine di consistenza 3.

## Esercizio 6

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo di Taylor di ordine 2 per approssimare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = (2 - 3t)y(t)^2 & t \in [1, T] \\ y(1) = 2. \end{cases}$$