

COGNOME NOME N. Matricola

Calcolo Numerico [140060] Ing. Civile - Secondo appello a.a. 2012–2013
18 febbraio 2013

Esercizio 1

Indicare per quali valori del parametro reale K la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & K \end{bmatrix}.$$

è simmetrica definita positiva, calcolare (in funzione di K) la fattorizzazione di Cholesky di A e risolvere il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 2(K-1) \end{bmatrix}.$$

Esercizio 2

Per i dati nella tabella

x	-1	-0.6	0	0.5	1
y	1.2	0.7	0.1	-0.6	-1

calcolare il polinomio interpolatore di Lagrange.

Sia $\Pi_1^c(x)$ la funzione lineare a tratti che interpola i dati nella tabella. Calcolare $\int_{-1}^1 \Pi_1^c(x) dx$.

Esercizio 3

Data l'equazione

$$\log x = \frac{3}{2} - x$$

dimostrare che ha una unica soluzione α .

Studiare la convergenza ad α dei seguenti metodi di punto fisso:

i) $x^{(k+1)} = \frac{3}{2} - \log(x^{(k)});$

ii) $x^{(k+1)} = \exp\left(\frac{3}{2} - x^{(k)}\right);$

iii) $x^{(k+1)} = \frac{\frac{5}{2} - \log(x^{(k)})}{x^{(k)} + 1} x^{(k)}.$

Esercizio 4

Approssimare usando una formula di quadratura $\int_0^2 (2x - 3) e^{-x} dx$ con errore minore di 10^{-2} .

Esercizio 5

Approssimare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = t - y(t) & t \in [0, 1] \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

usando il metodo di Crank-Nicolson con passo $h = 1/3$.

Per questo problema di Cauchy scrivere il metodo di Taylor di ordine 3.

Esercizio 6

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo iterativo del gradiente per l'approssimazione della soluzione del sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$

$\mathbf{x}^{(0)}$ assegnato

per $k \geq 0$

$$\mathbf{r}^{(k)} = \mathbf{b} - A \mathbf{x}^{(k)}$$

$$\alpha_k = \frac{[\mathbf{r}^{(k)}]^T \mathbf{r}^{(k)}}{[\mathbf{r}^{(k)}]^T A \mathbf{r}^{(k)}}$$

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \alpha_k \mathbf{r}^{(k)}$$