

COGNOME NOME N. Matricola

Calcolo Numerico [140060] Ing. Civile - Primo appello a.a. 2012–2013
23 gennaio 2013

Esercizio 1

i) Calcolare la fattorizzazione di Cholesky della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

ii) Usando la fattorizzazione di Cholesky di A risolvere il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Esercizio 2

i) Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

studiare la convergenza del metodo iterativo di Gauss-Seidel.

ii) Per il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

scrivere il metodo di Gauss-Seidel e fare due iterazioni partendo da $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Esercizio 3

Data l'equazione

$$\log x = 2 - x^2 \quad (1)$$

- i) dimostrare che ha una unica soluzione;
- ii) usando il metodo di bisezione approssimare la soluzione con errore minore di 0.2;
- iii) usando il metodo di Newton approssimare la soluzione con errore stimato minore di 10^{-2} .

Esercizio 4

Per i dati nella tabella

x	0	0.3	0.9	1	1.2
y	1.2	1.7	2.1	2.2	2.4

calcolare:

- i) la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati;
- ii) il polinomio interpolatore di Lagrange.

Esercizio 5

- i) Stimare il numero di sottointervalli necessari per approssimare

$$I = \int_0^1 \frac{(x-1)^2}{3x+1} dx$$

con errore minore di 10^{-1} usando il metodo dei trapezi.

- ii) Approssimare I usando il metodo dei trapezi con 6 sottointervalli e dare una stima a posteriori dell'errore.

Esercizio 6

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il seguente metodo di Runge-Kutta per approssimare la soluzione di un problema di Cauchy

$$\begin{cases} K_1 = f(t_i, u_i) \\ K_2 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, u_i + \frac{h}{2}K_1\right) \\ K_3 = f\left(t_i + h, u_i - hK_1 + 2hK_2\right) \\ u_{i+1} = u_i + \frac{h}{6}(K_1 + 4K_2 + K_3). \end{cases}$$