

COGNOME

NOME

N. Matricola

Calcolo Numerico (Ing. Industriale) - Prima prova intermedia
20 aprile 2010

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

- i) verificare (senza calcolarla) che esiste la fattorizzazione LU di A ;
- ii) calcolare la fattorizzazione LU di A ;
- iii) usando la fattorizzazione LU di A risolvere il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ -5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

i) studiare la convergenza del metodo iterativo di Jacobi;

ii) per il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

scrivere il metodo di Jacobi e partendo da $\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ fare due iterazioni del metodo di Jacobi.

Esercizio 3

Approssimare la soluzione positiva dell'equazione non lineare

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) = x^2 - 1$$

con errore stimato minore di 10^{-2} .

Esercizio 4

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	-3	-1	0	2
y_i	4.8	1.1	-0.8	-5.1

- i) calcolare la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati;
- ii) calcolare il polinomio interpolatore di Lagrange;
- iii) calcolare il valore della funzione d'interpolazione composta lineare a tratti nel punto $x = -2$.