CALCOLO I	3 settembre 2004

1. (6 punti)
Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + x^2 y = x^2 \\ y(1) = \alpha \ . \end{cases}$$

Si determini inoltre il valore di α per cui la pendenza della retta tangente al grafico di $y(x)$ nel punto $(1, y(1))$ sia uguale a 5.

CALCOLO I	3 settembre 2004

1. (6 punti)
Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + xy = -x \\ y(1) = \alpha \ . \end{cases}$$

Si determini inoltre il valore di α per cui la pendenza della retta tangente al grafico di $y(x)$ nel punto $(1, y(1))$ sia uguale a -2.

CALCOLO I	3 settembre 2004

1. (6 punti)
Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - x^2 y = 2x^2 \\ y(1) = \alpha \ . \end{cases}$$

Si determini inoltre il valore di α per cui la pendenza della retta tangente al grafico di $y(x)$ nel punto $(1, y(1))$ sia uguale a -3.

CALCOLO I	3 settembre 2004

2. (6 punti) Si calcoli il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\sin x - x^2}{(1-\cos x)^2}\ .$$

CALCOLO I	3 settembre 2004

2. (6 punti)
Si calcoli il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 - \sin^2 x}{x^3 \sin x} \ .$$

CALCOLO I	3 settembre 2004

2. (6 punti)
Si calcoli il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \sin(x^2)}{1 - \frac{1}{2}x^2 - \cos x} \ .$$

CALCOLO I	3 settembre 2004

3. (6 punti)
Considerate la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{x-1}{x} e^{-x} \ .$$

(1) Disegnarne qualitativamente il grafico [non è richiesto calcolare la derivata seconda].
(2) Determinare se ha massimo e minimo assoluto in $[3/2, +\infty)$.

3. (6 punti)
Considerate la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{x}{x-2} e^x \ .$$

(1) Disegnarne qualitativamente il grafico [non è richiesto calcolare la derivata seconda].
(2) Determinare se ha massimo e minimo assoluto in $(-\infty, -1/2]$.

CALCOLO I	3 settembre 2004

3. (6 punti)
Considerate la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{x-2}{x-1} e^{-x} \ .$$

(1) Disegnarne qualitativamente il grafico [non è richiesto calcolare la derivata seconda].
(2) Determinare se ha massimo e minimo assoluto in $[5/2, +\infty)$.