

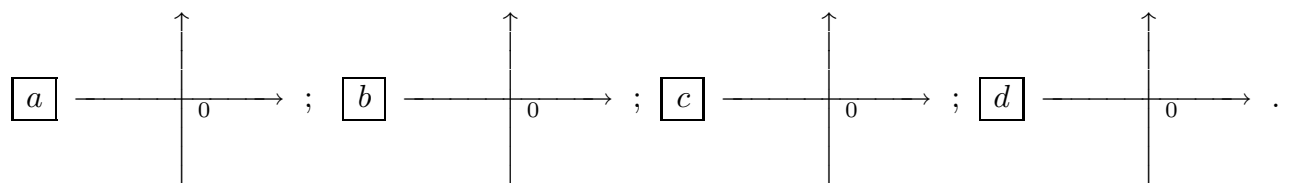
CALCOLO 1		23 febbraio 2007
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. L'insieme dei numeri reali  $\alpha > 0$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 + 2n) \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)$  è convergente è dato da:   $a$   $\alpha > 4$ ;   $b$   $\alpha > 3$ ;   $c$   $\alpha < 1/2$ ;   $d$   $\alpha < 1$ .

2. Quale delle seguenti affermazioni è vera?   $a$  Se  $a_n > 0$  per ogni  $n$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \leq 1$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;   $b$  Se  $a_n > 0$  e  $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$  per ogni  $n$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;   $c$  Se la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente allora  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ;   $d$  Se  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente.

3. Sia  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = y^2 + xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$ . Il grafico di  $y(x)$  vicino a  $x = 0$  è:

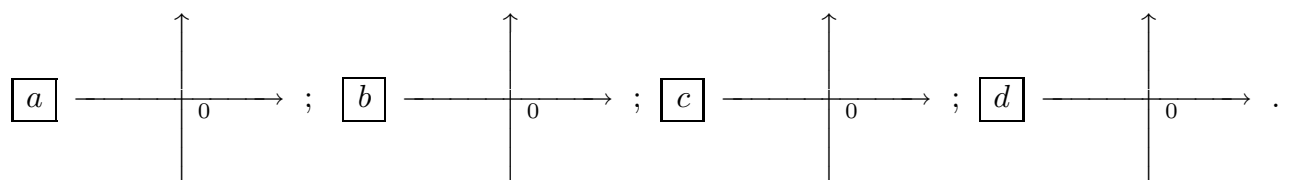


4.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$  se e solo se:   $a$   $\forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $x < -M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ ;   $b$   $\forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $|x| < M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ ;   $c$   $\forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $f(x) < -M$ ;   $d$   $\forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $|f(x)| < M$ .

5. Il polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro  $x_0 = 0$ ) della funzione  $f(x) = \log(1 + \sin x)$  è:   $a$   $x - \frac{x^2}{2}$ ;   $b$   $-\frac{x^2}{2}$ ;   $c$   $-x - \frac{x^2}{2}$ ;   $d$   $x + \frac{x^2}{2}$ .

6. L'insieme dei valori del parametro  $\alpha > 0$  per cui l'integrale  $\int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{x^\alpha \sin x} dx$  è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è dato da:   $a$   $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{5}{2}$ ;   $b$   $1 < \alpha < 2$ ;   $c$   $0 < \alpha < 1$ ;   $d$   $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$ .

7. I numeri complessi  $z = \sqrt{8+i}$  sono:



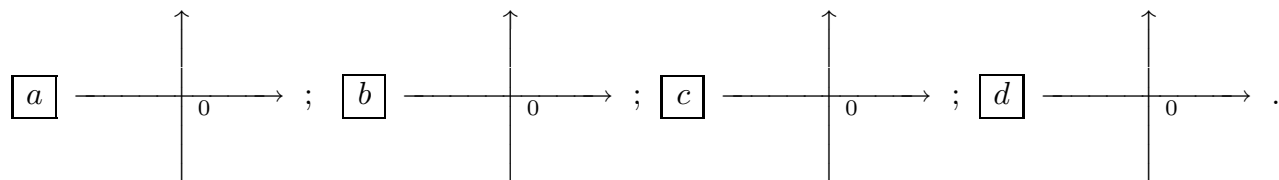
8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x - \log(1+x)}$  =   $a$  0;   $b$  -1;   $c$  1;   $d$   $+\infty$ .

CALCOLO 1		23 febbraio 2007
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

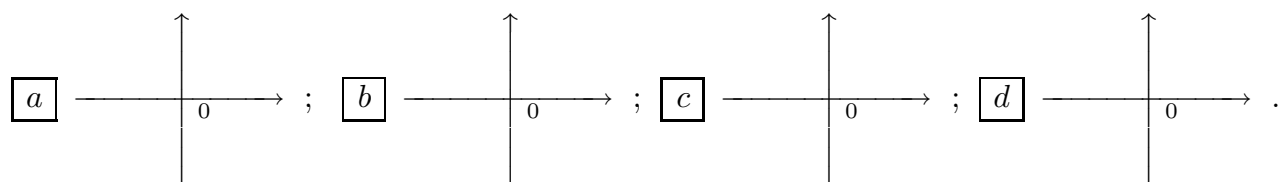
1. L'insieme dei valori del parametro  $\alpha > 0$  per cui l'integrale  $\int_0^1 \frac{x^\alpha \sin \sqrt{x}}{2x^2 + x^3} dx$  è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è dato da:  a  $1 < \alpha < 2$ ;  b  $0 < \alpha < 1$ ;  c  $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$ ;  d  $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{5}{2}$ .

2. Sia  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = y^2 + xy \\ y(0) = 1 \end{cases}$ . Il grafico di  $y(x)$  vicino a  $x = 0$  è:



3.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$  se e solo se:  a  $\forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $|x| < M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ ;  b  $\forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $f(x) < -M$ ;  c  $\forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $|f(x)| < M$ ;  d  $\forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $x < -M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ .

4. I numeri complessi  $z = \sqrt{8+i}$  sono:



5. L'insieme dei numeri reali  $\alpha > 0$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (n + 2n^3)(e^{1/n} - 1)^\alpha$  è convergente è dato da:  a  $\alpha > 3$ ;  b  $\alpha < 1/2$ ;  c  $\alpha < 1$ ;  d  $\alpha > 4$ .

6. Quale delle seguenti affermazioni è vera?  a Se  $a_n > 0$  e  $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$  per ogni  $n$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;  b Se la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente e  $a_n > 0$  allora  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$ ;  c Se  $a_n > 0$  per ogni  $n$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;  d Se  $a_n > 0$  per ogni  $n$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \leq 1$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente.

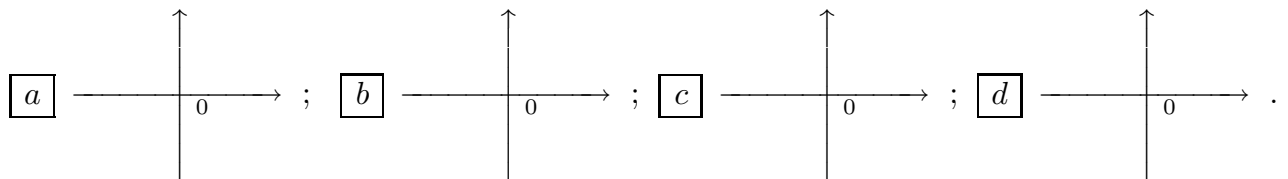
7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \log(1+x)} =$   a -1;  b 1;  c  $+\infty$ ;  d 0.

8. Il polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro  $x_0 = 0$ ) della funzione  $f(x) = \log(\cos x)$  è:  a  $-\frac{x^2}{2}$ ;  b  $-x - \frac{x^2}{2}$ ;  c  $x + \frac{x^2}{2}$ ;  d  $x - \frac{x^2}{2}$ .

CALCOLO 1		23 febbraio 2007
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

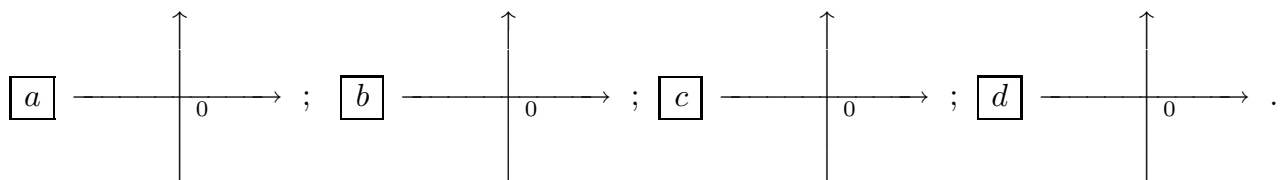
1. Quale delle seguenti affermazioni è vera?  **a** Se la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente allora  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  ;  **b** Se  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente ;  **c** Se  $a_n > 0$  per ogni  $n$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \leq 1$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;  **d** Se  $a_n > 0$  e  $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$  per ogni  $n$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente.
2.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$  se e solo se:  **a**  $\forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $f(x) < -M$ ;  **b**  $\forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $|f(x)| < M$ ;  **c**  $\forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $x < -M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ ;  **d**  $\forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $|x| < M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ .
3. I numeri complessi  $z = \sqrt{8 - i}$  sono:



4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{e^x - 1 - x} =$   **a** 1;  **b**  $+\infty$ ;  **c** 0;  **d** -1.

5. L'insieme dei valori del parametro  $\alpha > 0$  per cui l'integrale  $\int_0^1 \frac{x^3 + 3x^2}{\sqrt{x} (\sin x)^\alpha} dx$  è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è dato da:  **a**  $0 < \alpha < 1$ ;  **b**  $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$ ;  **c**  $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{5}{2}$ ;  **d**  $1 < \alpha < 2$ .

6. Sia  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = xy^2 + y \\ y(0) = 1 \end{cases}$ . Il grafico di  $y(x)$  vicino a  $x = 0$  è:



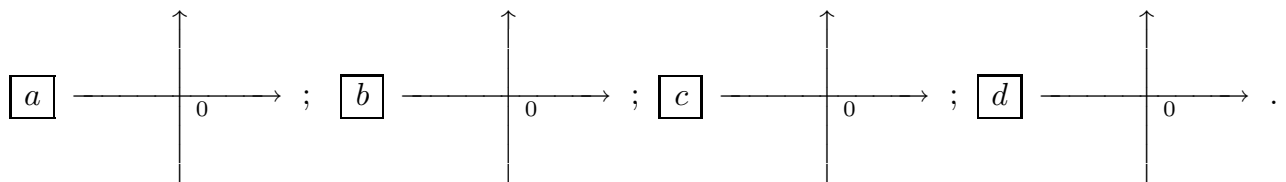
7. Il polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro  $x_0 = 0$ ) della funzione  $f(x) = e^{\sin x} - 1$  è:  **a**  $-x - \frac{x^2}{2}$ ;  **b**  $x + \frac{x^2}{2}$ ;  **c**  $x - \frac{x^2}{2}$ ;  **d**  $-\frac{x^2}{2}$ .

8. L'insieme dei numeri reali  $\alpha > 0$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 + 2n) \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)$  è convergente è dato da:  **a**  $\alpha < 1/2$ ;  **b**  $\alpha < 1$ ;  **c**  $\alpha > 4$ ;  **d**  $\alpha > 3$ .

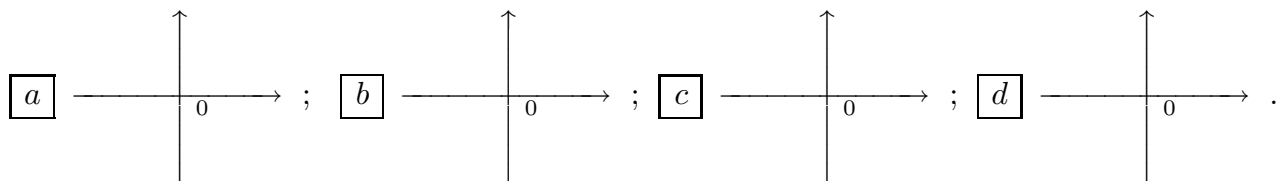
CALCOLO 1		23 febbraio 2007
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. Sia  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = xy^2 + y \\ y(0) = 1 \end{cases}$ . Il grafico di  $y(x)$  vicino a  $x = 0$  è:



2. I numeri complessi  $z = \sqrt{8 - i}$  sono:



3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x) - x}{1 - \cos x} =$   a  $+\infty$ ;  b  $0$ ;  c  $-1$ ;  d  $1$ .

4. Il polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro  $x_0 = 0$ ) della funzione  $f(x) = \sin(1 - e^x)$  è:  a  $x + \frac{x^2}{2}$ ;  b  $x - \frac{x^2}{2}$ ;  c  $-\frac{x^2}{2}$ ;  d  $-x - \frac{x^2}{2}$ .

5. Quale delle seguenti affermazioni è vera?  a Se  $a_n > 0$  per ogni  $n$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;  b Se  $a_n > 0$  per ogni  $n$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \leq 1$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;  c Se  $a_n > 0$  e  $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$  per ogni  $n$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;  d Se la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente e  $a_n > 0$  allora  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$  se e solo se:  a  $\forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $|f(x)| < M$ ;  b  $\forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $x < -M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ ;  c  $\forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $|x| < M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ ;  d  $\forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $f(x) < -M$ .

7. L'insieme dei numeri reali  $\alpha > 0$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (n + 2n^3)(e^{1/n} - 1)^\alpha$  è convergente è dato da:  a  $\alpha < 1$ ;  b  $\alpha > 4$ ;  c  $\alpha > 3$ ;  d  $\alpha < 1/2$ .

8. L'insieme dei valori del parametro  $\alpha > 0$  per cui l'integrale  $\int_0^1 \frac{\sin(x^\alpha)x}{3x^3 + x^4} dx$  è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è dato da:  a  $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$ ;  b  $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{5}{2}$ ;  c  $1 < \alpha < 2$ ;  d  $0 < \alpha < 1$ .

CALCOLO 1		23 febbraio 2007
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

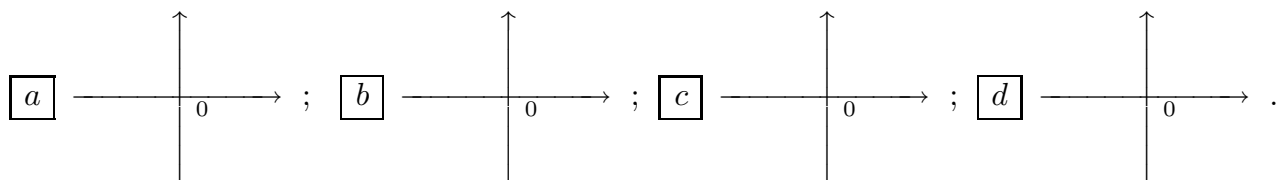
1.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$  se e solo se:   $a$   $\forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $x < -M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ ;   $b$   $\forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $|x| < M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ ;   $c$   $\forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $f(x) < -M$ ;   $d$   $\forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $|f(x)| < M$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x - \log(1+x)} =$    $a$  0;   $b$  -1;   $c$  1;   $d$   $+\infty$ .

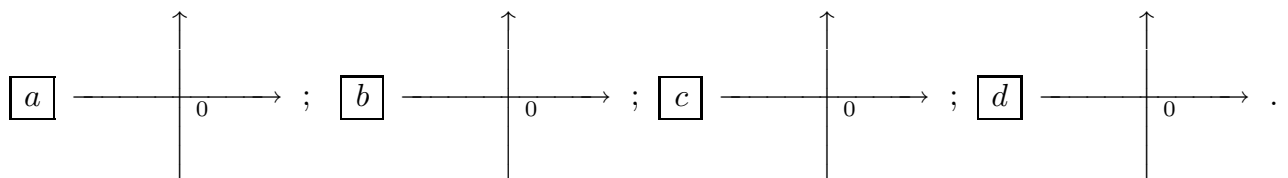
3. Il polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro  $x_0 = 0$ ) della funzione  $f(x) = \log(1 + \sin x)$  è:   $a$   $x - \frac{x^2}{2}$ ;   $b$   $-\frac{x^2}{2}$ ;   $c$   $-x - \frac{x^2}{2}$ ;   $d$   $x + \frac{x^2}{2}$ .

4. L'insieme dei numeri reali  $\alpha > 0$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (2n + n^2)^\alpha \log\left(1 + \frac{1}{n^3}\right)$  è convergente è dato da:   $a$   $\alpha > 4$ ;   $b$   $\alpha > 3$ ;   $c$   $\alpha < 1/2$ ;   $d$   $\alpha < 1$ .

5. Sia  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = x^2 y - y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ . Il grafico di  $y(x)$  vicino a  $x = 0$  è:



6. I numeri complessi  $z = \sqrt{1 + 8i}$  sono:



7. L'insieme dei valori del parametro  $\alpha > 0$  per cui l'integrale  $\int_0^1 \frac{\sin(x^\alpha)x}{3x^3 + x^4} dx$  è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è dato da:   $a$   $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{5}{2}$ ;

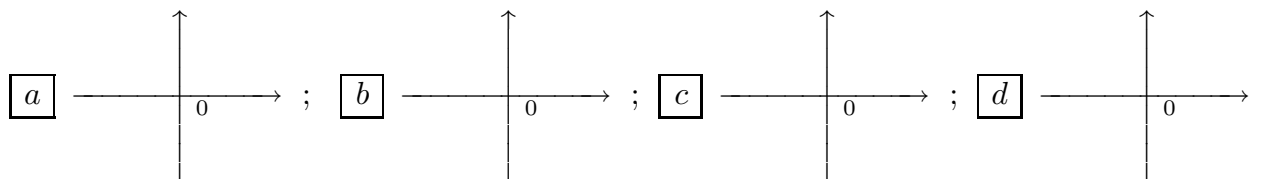
$b$   $1 < \alpha < 2$ ;   $c$   $0 < \alpha < 1$ ;   $d$   $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$ .

8. Quale delle seguenti affermazioni è vera?   $a$  Se  $a_n > 0$  per ogni  $n$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \leq 1$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;   $b$  Se  $a_n > 0$  e  $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$  per ogni  $n$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;   $c$  Se la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente allora  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ;   $d$  Se  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente.

CALCOLO 1		23 febbraio 2007
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. I numeri complessi  $z = \sqrt{1 + 8i}$  sono:



2. Il polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro  $x_0 = 0$ ) della funzione  $f(x) = \log(\cos x)$  è:   $a - \frac{x^2}{2}$ ;   $b - x - \frac{x^2}{2}$ ;   $c x + \frac{x^2}{2}$ ;   $d x - \frac{x^2}{2}$ .

3. L'insieme dei numeri reali  $\alpha > 0$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right) (n^2 + 2n)^\alpha$  è convergente è dato da:   $a \alpha > 3$ ;   $b \alpha < 1/2$ ;   $c \alpha < 1$ ;   $d \alpha > 4$ .

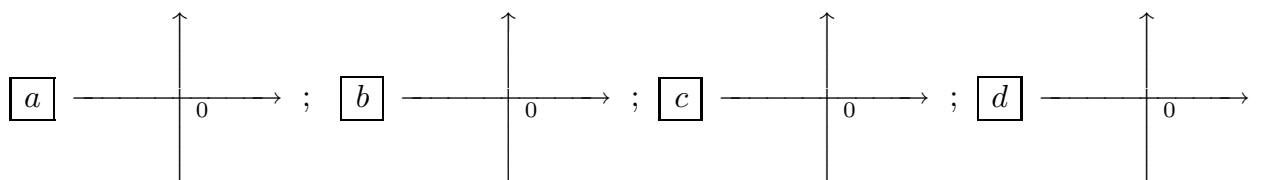
4. L'insieme dei valori del parametro  $\alpha > 0$  per cui l'integrale  $\int_0^1 \frac{x^3 + 3x^2}{\sqrt{x} (\sin x)^\alpha} dx$  è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è dato da:   $a 1 < \alpha < 2$ ;   $b 0 < \alpha < 1$ ;   $c \frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$ ;   $d \frac{3}{2} < \alpha < \frac{5}{2}$ .

5.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$  se e solo se:   $a \forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $|x| < M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ ;   $b \forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $f(x) < -M$ ;   $c \forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $|f(x)| < M$ ;   $d \forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $x < -M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x - \log(1 + x)} =$    $a -1$ ;   $b 1$ ;   $c +\infty$ ;   $d 0$ .

7. Quale delle seguenti affermazioni è vera?   $a$  Se  $a_n > 0$  e  $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$  per ogni  $n$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;   $b$  Se la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente e  $a_n > 0$  allora  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$ ;   $c$  Se  $a_n > 0$  per ogni  $n$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;   $d$  Se  $a_n > 0$  per ogni  $n$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \leq 1$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente.

8. Sia  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = x^2 y - y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$ . Il grafico di  $y(x)$  vicino a  $x = 0$  è:



CALCOLO 1		23 febbraio 2007
Cognome:	Nome:	Matricola:

- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

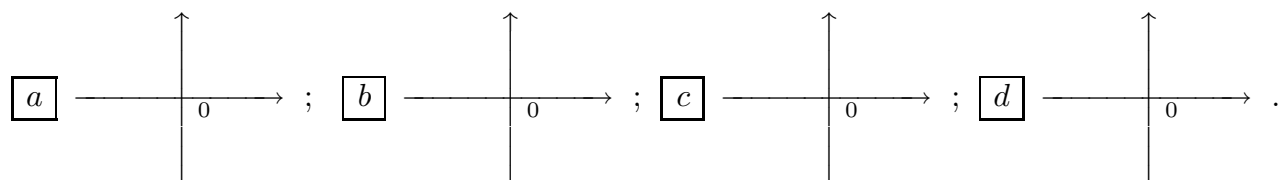
1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{e^x - 1 - x} =$   a 1;  b  $+\infty$ ;  c 0;  d -1.

2. L'insieme dei numeri reali  $\alpha > 0$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (2n + n^2)^\alpha \log\left(1 + \frac{1}{n^3}\right)$  è convergente è dato da:  a  $\alpha < 1/2$ ;  b  $\alpha < 1$ ;  c  $\alpha > 4$ ;  d  $\alpha > 3$ .

3. L'insieme dei valori del parametro  $\alpha > 0$  per cui l'integrale  $\int_0^1 \frac{x^\alpha \sin \sqrt{x}}{2x^2 + x^3} dx$  è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è dato da:  a  $0 < \alpha < 1$ ;  b  $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$ ;  c  $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{5}{2}$ ;  d  $1 < \alpha < 2$ .

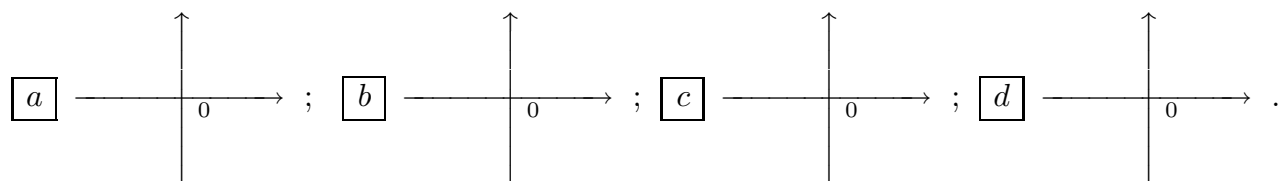
4. Quale delle seguenti affermazioni è vera?  a Se la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente allora  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ;  b Se  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;  c Se  $a_n > 0$  per ogni  $n$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \leq 1$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;  d Se  $a_n > 0$  e  $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$  per ogni  $n$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente.

5. I numeri complessi  $z = \sqrt{1 - 8i}$  sono:



6. Il polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro  $x_0 = 0$ ) della funzione  $f(x) = e^{\sin x} - 1$  è:  a  $-x - \frac{x^2}{2}$ ;  b  $x + \frac{x^2}{2}$ ;  c  $x - \frac{x^2}{2}$ ;  d  $-\frac{x^2}{2}$ .

7. Sia  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = xy^2 - y \\ y(0) = 1 \end{cases}$ . Il grafico di  $y(x)$  vicino a  $x = 0$  è:



8.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$  se e solo se:  a  $\forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $f(x) < -M$ ;  b  $\forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $|f(x)| < M$ ;  c  $\forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $x < -M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ ;  d  $\forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $|x| < M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ .

CALCOLO 1		23 febbraio 2007
Cognome:	Nome:	Matricola:

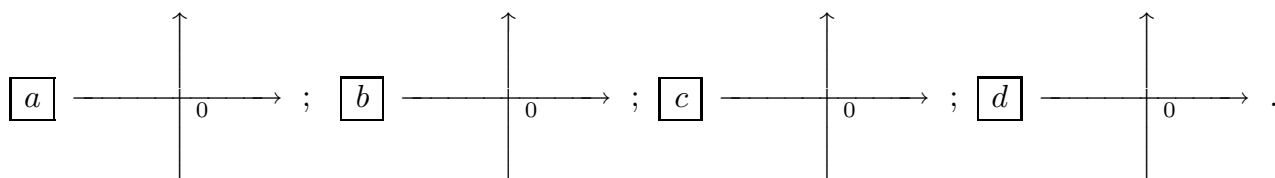
- Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.
- Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.
- Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. Il polinomio di Taylor di secondo grado (e di centro  $x_0 = 0$ ) della funzione  $f(x) = \sin(1 - e^x)$  è:  a  $x + \frac{x^2}{2}$ ;  b  $x - \frac{x^2}{2}$ ;  c  $-\frac{x^2}{2}$ ;  d  $-x - \frac{x^2}{2}$ .

2. L'insieme dei valori del parametro  $\alpha > 0$  per cui l'integrale  $\int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{x^\alpha \sin x} dx$  è un integrale improprio e come integrale improprio è convergente è dato da:  a  $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{2}$ ;  b  $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{5}{2}$ ;  c  $1 < \alpha < 2$ ;  d  $0 < \alpha < 1$ .

3. Quale delle seguenti affermazioni è vera?  a Se  $a_n > 0$  per ogni  $n$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;  b Se  $a_n > 0$  per ogni  $n$  e  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \leq 1$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;  c Se  $a_n > 0$  e  $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$  per ogni  $n$  allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente;  d Se la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  è convergente e  $a_n > 0$  allora  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$ .

4. Sia  $y(x)$  la soluzione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y' = xy^2 - y \\ y(0) = 1 \end{cases}$ . Il grafico di  $y(x)$  vicino a  $x = 0$  è:



5.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x) - x}{1 - \cos x} =$   a  $+\infty$ ;  b  $0$ ;  c  $-1$ ;  d  $1$ .

6. L'insieme dei numeri reali  $\alpha > 0$  per cui la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right) (n^2 + 2n)^\alpha$  è convergente è dato da:  a  $\alpha < 1$ ;  b  $\alpha > 4$ ;  c  $\alpha > 3$ ;  d  $\alpha < 1/2$ .

7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$  se e solo se:  a  $\forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $|f(x)| < M$ ;  b  $\forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $x < -M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ ;  c  $\forall \epsilon > 0 \exists M > 0$  tale che  $|x| < M$  allora  $|f(x) - a| < \epsilon$ ;  d  $\forall M > 0 \exists \delta > 0$  tale che se  $0 < |x - a| < \delta$  allora  $f(x) < -M$ .

8. I numeri complessi  $z = \sqrt{1 - 8i}$  sono:

