

1. (6 punti)

Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y^2(1 + x^2) \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

- (1) Trovate la soluzione del problema di Cauchy.
- (2) Disegnate il grafico della soluzione trovata.

1. (6 punti)

Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y^2(1 + x^2) \\ y(0) = -1. \end{cases}$$

- (1) Trovate la soluzione del problema di Cauchy.
- (2) Disegnate il grafico della soluzione trovata.

1. (6 punti)

Considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y^2(1 + x^2) \\ y(0) = -2. \end{cases}$$

- (1) Trovate la soluzione del problema di Cauchy.
- (2) Disegnate il grafico della soluzione trovata.

2. (6 punti)

Considerate l'integrale

$$\int_4^{+\infty} \frac{x^{\beta-1}}{2x^2 - 3x + 1} dx$$

- (1) Per quali valori del parametro reale β l'integrale è convergente?
- (2) Calcolate il valore dell'integrale quando $\beta = 1$.

2. (6 punti)

Considerate l'integrale

$$\int_4^{+\infty} \frac{x^{\beta-2}}{2x^2 - 3x + 1} dx$$

- (1) Per quali valori del parametro reale β l'integrale è convergente?
- (2) Calcolate il valore dell'integrale quando $\beta = 2$.

2. (6 punti)

Considerate l'integrale

$$\int_4^{+\infty} \frac{x^{\beta+1}}{2x^2 - 3x + 1} dx$$

- (1) Per quali valori del parametro reale β l'integrale è convergente?
- (2) Calcolate il valore dell'integrale quando $\beta = -1$.

3. (6 punti)

Considerate la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = (x^2 - 4x)e^{-x}.$$

- (1) Disegnate il grafico di f .
- (2) Dite se f ammette massimo assoluto e minimo assoluto in \mathbf{R} e, eventualmente, trovateli.
- (3) Dite se f ammette massimo assoluto e minimo assoluto nell'intervallo $[-1, 10]$ e, eventualmente, trovateli.

3. (6 punti)

Considerate la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = (4x - x^2)e^{-x}.$$

- (1) Disegnate il grafico di f .
- (2) Dite se f ammette massimo assoluto e minimo assoluto in \mathbf{R} e, eventualmente, trovateli.
- (3) Dite se f ammette massimo assoluto e minimo assoluto nell'intervallo $[-1, 10]$ e, eventualmente, trovateli.

3. (6 punti)

Considerate la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da

$$f(x) = (x^2 + 4x)e^x.$$

- (1) Disegnate il grafico di f .
- (2) Dite se f ammette massimo assoluto e minimo assoluto in \mathbf{R} e, eventualmente, trovateli.
- (3) Dite se f ammette massimo assoluto e minimo assoluto nell'intervallo $[-10, 1]$ e, eventualmente, trovateli.