CALCOLO I	7 settembre 2006

1. (6 punti)
Si calcoli l'integrale

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\,dx\,.$$

CALCOLO I	7 settembre 2006

1. (6 punti)
Si calcoli l'integrale
$$\int_1^3 \frac{\sqrt{x}+1}{x+1}\,dx\,.$$

CALCOLO I	7 settembre 2006

1. (6 punti) Si calcoli l'integrale

$$\int_3^4 \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}\,dx\,.$$

CALCOLO I	7 settembre 2006

1. (6 punti) Si calcoli l'integrale

$$\int_0^2 \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}\,dx\,.$$

CALCOLO I	7 settembre 2006

2. (6 punti)
Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{2y^2}{y^2+1}\, x \\ y(0) = 1 \ . \end{cases}$$

Inoltre, si determini il valore $\alpha > 0$ per cui $\dfrac{y(x)}{x^\alpha}$ tende a un numero finito e non nullo per $x \to +\infty$.

CALCOLO I	7 settembre 2006

2. (6 punti)
Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y^2}{y^2+4}\, x \\ y(0) = 2\ . \end{cases}$$

Inoltre, si determini il valore $\alpha > 0$ per cui $\dfrac{y(x)}{x^\alpha}$ tende a un numero finito e non nullo per $x \to +\infty$.

2. (6 punti)
Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{6y^2}{y^2+9}\, x^2 \\ y(0) = 3\ . \end{cases}$$

Inoltre, si determini il valore $\alpha > 0$ per cui $\dfrac{y(x)}{x^\alpha}$ tende a un numero finito e non nullo per $x \to +\infty$.

CALCOLO I	7 settembre 2006

2. (6 punti)
Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{3y^2}{y^2+16}\, x^2 \\ y(0) = 4\ . \end{cases}$$

Inoltre, si determini il valore $\alpha > 0$ per cui $\dfrac{y(x)}{x^\alpha}$ tende a un numero finito e non nullo per $x \to +\infty$.

CALCOLO I	7 settembre 2006

3. (6 punti)
Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \frac{2x+1}{x^2+3} \ .$$

Se ne disegni qualitativamente il grafico [in particolare: limiti a $+\infty$ e a $-\infty$, segno, crescenza e decrescenza, convessità e concavità per x “vicino a $+\infty$” e per x “vicino a $-\infty$”, motivando le risposte; non è invece richiesta la convessità e concavità in generale].

CALCOLO I	7 settembre 2006

3. (6 punti)
Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \frac{3 - x}{2x^2 + 1} \ .$$

Se ne disegni qualitativamente il grafico [in particolare: limiti a $+\infty$ e a $-\infty$, segno, crescenza e decrescenza, convessità e concavità per x "vicino a $+\infty$" e per x "vicino a $-\infty$", motivando le risposte; non è invece richiesta la convessità e concavità in generale].

CALCOLO I	7 settembre 2006

3. (6 punti)
Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \frac{2-3x}{x^2+1} \ .$$

Se ne disegni qualitativamente il grafico [in particolare: limiti a $+\infty$ e a $-\infty$, segno, crescenza e decrescenza, convessità e concavità per x "vicino a $+\infty$" e per x "vicino a $-\infty$", motivando le risposte; non è invece richiesta la convessità e concavità in generale].

CALCOLO I	7 settembre 2006

3. (6 punti)
Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \frac{x+1}{3x^2+2} \ .$$

Se ne disegni qualitativamente il grafico [in particolare: limiti a $+\infty$ e a $-\infty$, segno, crescenza e decrescenza, convessità e concavità per x "vicino a $+\infty$" e per x "vicino a $-\infty$", motivando le risposte; non è invece richiesta la convessità e concavità in generale].