

1. (6 punti)

Si calcoli l'integrale

$$\int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos x (1 + \sin^2 x) \log(\sin x) dx .$$

1. (6 punti)

Si calcoli l'integrale

$$\int_0^4 \frac{2x+3}{\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}} dx .$$

1. (6 punti)

Si calcoli l'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \sin x (1 + \cos^2 x) e^{3 \cos x} dx .$$

1. (6 punti)

Si calcoli l'integrale

$$\int_1^6 \frac{x+4}{\sqrt{x+3}} \log(\sqrt{x+3}) dx .$$

2. (6 punti)

Per quali valori di $x \in \mathbf{R}$, $x \neq -1$, la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n^2 + 1} \left(\frac{3x}{x+1} \right)^n$$

converge assolutamente? Converge semplicemente? Non converge?

2. (6 punti)

Per quali valori di $x \in \mathbf{R}$, $x \neq -1$, la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + n} \left(\frac{x}{x+1} \right)^n$$

converge assolutamente? Converge semplicemente? Non converge?

2. (6 punti)

Per quali valori di $x \in \mathbf{R}$, $x \neq -3$, la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1} \left(\frac{2x}{x+3} \right)^n$$

converge assolutamente? Converge semplicemente? Non converge?

2. (6 punti)

Per quali valori di $x \in \mathbf{R}$, $x \neq 1$, la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n + 1} \left(\frac{2x}{x-1} \right)^n$$

converge assolutamente? Converge semplicemente? Non converge?

3. (6 punti)

Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2 + 2y - 3) \sin(2x) \\ y(0) = 0 . \end{cases}$$

3. (6 punti)

Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2 - 2y - 3) \cos(2x) \\ y(0) = 0 . \end{cases}$$

3. (6 punti)

Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2 + y - 2) \sin(3x) \\ y(0) = 0 . \end{cases}$$

3. (6 punti)

Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2 - y - 2) \cos(3x) \\ y(0) = 0 . \end{cases}$$