

**Programma del corso di Calcolo 1**  
**a.a. 2005/06**

1. PRELIMINARI

- **Numeri reali e retta reale.**
- **Grafici elementari.** Equazione della retta. Equazione della parabola.
- **Funzioni e loro grafici.** Dominio di una funzione. Grafici delle funzioni. Funzioni pari e dispari.
- **Operazioni tra funzioni.** Somma, differenza, prodotto e divisione. Composizione di funzioni. Funzioni definite a tratti.
- **Funzioni trigonometriche.**

2. NUMERI COMPLESSI

- **Numeri complessi.** Definizione e rappresentazione grafica dei numeri complessi. Forma algebrica e trigonometrica (forma esponenziale: vedi serie). Aritmetica dei numeri complessi. Radici  $n$ -esime dei numeri complessi. (*Adams: Appendice, da §A-1 a §A-9*)

3. LIMITI E CONTINUITÀ

- **Velocità, rapidità di crescita, area.** Velocità media e velocità istantanea.
- **Limiti delle funzioni.** Limiti unilaterali. Regole per il calcolo dei limiti. Teorema di compressione.
- **Limiti all'infinito e limiti infiniti.** Limiti all'infinito. Limiti all'infinito delle funzioni razionali. Limiti infiniti.
- **Successioni.** Limite di una successione. (*Adams: §9.1*)
- **Continuità.** Continuità in un punto. Continuità in un intervallo. Funzioni continue in intervalli finiti e chiusi. Massimi e minimi. Ricerca delle radici di un'equazione (metodo di bisezione).
- **Definizione formale di limite.**

4. DERIVAZIONE

- **Rette tangenti e loro proprietà.**
- **La derivata.** Alcune derivate importanti.
- **Regole di derivazione.** Derivata della somma, del prodotto e del quoziente. Derivata delle funzioni composte.
- **Derivata delle funzioni trigonometriche.** Qualche limite particolare. Derivata di seno, coseno e delle altre funzioni trigonometriche.

- **Teorema del valor medio.** Funzioni crescenti e decrescenti. Dimostrazione del teorema del valor medio.
- **Derivate di ordine superiore.**
- **Antiderivate (o primitive).**

## 5. LE FUNZIONI TRASCENDENTI

- **Funzioni inverse.** Derivata delle funzioni inverse.
- **Funzioni esponenziali e logaritmiche.**
- **Funzioni trigonometriche inverse.** Arcoseno, arcocoseno e arcotangente.

## 6. APPLICAZIONI DELLE DERIVATE

- **Valori estremi.** Valori massimi e valori minimi. Punti critici, punti singolari e punti estremi. Ricerca dei valori estremi (di massimo e di minimo). Test della derivata prima.
- **Concavità e punti di flesso.** Test della derivata seconda.
- **Disegno del grafico di una funzione.** Asintoti.
- **Calcolo delle radici delle equazioni.** Metodo di Newton.
- **Approssimazioni lineari.** Approssimazione dei valori delle funzioni.
- **Polinomi di Taylor.** Formula di Taylor. Notazione di  $O$ -grande e  $o$ -piccolo. Uso della formula di Taylor per approssimare i valori di una funzione e per il calcolo del limite di forme indeterminate. (*Adams: §9.7*)
- **Forme indeterminate e regole di de l'Hôpital.**

## 7. INTEGRAZIONE

- **Aree come limiti di somme.**
- **Integrale definito.** Partizioni e somme di Riemann. Somme di Riemann generali.
- **Proprietà dell'integrale definito.** Teorema del valor medio. Integrale definito di una funzione continua a tratti.
- **Teorema fondamentale del calcolo.**
- **Area delle regioni piane.**

## 8. TECNICHE DI INTEGRAZIONE

- **Metodo di sostituzione.**
- **Metodo di integrazione per parti.**
- **Integrali di funzioni razionali.** Denominatori lineari e quadratici.
- **Integrali impropri.** Determinazione della convergenza e della divergenza. Criterio del confronto e del confronto asintotico. Assoluta convergenza.

- **Integrazione approssimata.** La formula del trapezio e del punto medio. La formula di Simpson.

## 9. APPLICAZIONI DELL'INTEGRAZIONE

- **Volume dei solidi di rivoluzione.** Volumi a "fette". Gusci cilindrici.
- **Lunghezza di un arco e area di una superficie.** Lunghezza d'arco del grafico di una funzione. Area di una superficie di rivoluzione.

## 10. SERIE

- **Serie infinite.** Serie geometriche. Serie armoniche. Alcuni teoremi sulle serie (fra cui: condizione necessaria di convergenza  $a_n \rightarrow 0$ ).
- **Criteri di convergenza per le serie a termini positivi.** Criterio di convergenza dell'integrale. Criterio di convergenza del confronto e del confronto asintotico. Criterio del rapporto e della radice.
- **Convergenza assoluta e convergenza semplice.** Criterio (di Leibniz) di convergenza per le serie oscillanti.
- **Serie di Taylor.** Serie di Taylor di alcune funzioni elementari:  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\log(1+x)$ ,  $\arctg x$ ,  $\sinh x$ ,  $\cosh x$ . Esponenziale complesso (in particolare:  $e^{it} = \cos t + i \sin t$ ).

## 11. EQUAZIONI DIFFERENZIALI

- **Equazioni differenziali ordinarie.** Classificazione delle equazioni differenziali. Ordine di un'equazione. Equazioni differenziali ordinarie lineari. (*Adams: Appendice V, da §A-34 a §A-37*). Problema di Cauchy.
- **Equazioni del primo ordine.** Equazioni separabili. Equazioni lineari del primo ordine, omogenee e non-omogenee. (*Adams: Capitolo 7, §7.9*).
- **Equazioni del secondo ordine lineari a coefficienti costanti.** Formula risolutiva per  $ay'' + by' + cy = 0$ . Moto armonico semplice e moto armonico smorzato. Equazioni non-omogenee e risonanza. Alcuni esempi di equazioni non omogenee. (*Adams: Capitolo 3, §3.7*).

È richiesta la capacità di risolvere **esercizi** sui seguenti argomenti:

- Calcolo di limiti di funzioni e successioni, anche tramite la formula di Taylor e il criterio dell'Hospital.
- Calcolo di derivate. Calcolo della retta tangente.
- Calcolo del massimo e del minimo di una funzione.
- Grafici di funzioni.

- Calcolo di integrali.
- Studio delle proprietà di convergenza di integrali impropri.
- Studio delle proprietà di convergenza di serie.
- Risoluzione di equazioni differenziali.

### **BIBLIOGRAFIA SUGGERITA**

R.A. Adams, Calcolo Differenziale 1, Terza edizione, Casa Editrice Ambrosiana, Milano, 2003. [Il programma qui sopra presentato si riferisce espressamente ai capitoli e alle sezioni di questo testo.]