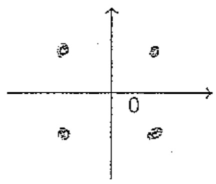
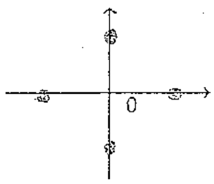
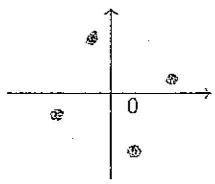
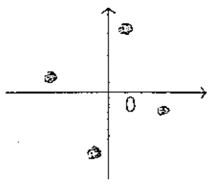
CALCOLO 1		2 settembre 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. L'insieme dei valori del parametro reale $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\int_1^{\infty} \frac{(x^2-1)e^{-1/x}}{3x^{\alpha}}\, dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha > 2$; $\boxed{b}$ $\alpha < 1$; $\boxtimes$ $\alpha > 3$; $\boxed{d}$ $\alpha < 2$.

2. I numeri complessi $z = \sqrt[4]{-3i}$ sono:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxtimes$  .

3. Sia f una funzione integrabile tale che $\int_{-1}^{1} f(x)\, dx = 0$. Allora: $\boxtimes$ $\int_0^1 f(-x)\, dx = -\int_0^1 f(x)\, dx$; $\boxed{b}$ $f(-x) = -f(x) \quad \forall x \in (0,1)$; $\boxed{c}$ $\int_0^1 f(-x)\, dx = \int_0^1 f(x)\, dx$; $\boxed{d}$ $\exists x \in (0,1)$ tale che $f(-x) = f(x)$.

4. Il valore del parametro $\beta > 0$ per cui la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+\beta x)}{x} & \text{per } x > 0 \\ 2x^2 + 1 - \beta & \text{per } x \le 0 \end{cases}$ è continua in $x_0 = 0$ è: $\boxed{a}$ $\beta = 4/3$; $\boxed{b}$ $\beta = 2$; $\boxtimes$ $\beta = 1/2$; $\boxed{d}$ $\beta = 1$.

5. $\int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\, e^{\sqrt{x}}\, dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{t}}\, e^t\, dt$; $\boxed{b}$ $2\int_0^2 \frac{t}{t+1}\, e^t\, dt$; $\boxtimes$ $2\int_0^2 \frac{t^2}{t+1}\, e^t\, dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{t+\sqrt{t}}\, e^t\, dt$.

6. I punti di minimo assoluto e di massimo assoluto della funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{per } -1 \le x \le 0 \\ 1 - 2x + 4x^4 & \text{per } 0 \le x \le 1 \end{cases},$$

sono: $\boxed{a}$ min in $x = 1/2$, max in $x = -1$; $\boxed{b}$ min in $x = 1$, max in $x = -1$; $\boxed{c}$ min in $x = 1$, max in $x = 1/2$; $\boxtimes$ min in $x = 1/2$, max in $x = 1$.

7. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{2n^2-1}$ è: $\boxed{a}$ né convergente né divergente; $\boxed{b}$ convergente; $\boxtimes$ divergente a $+\infty$; $\boxed{d}$ divergente a $-\infty$.

8. Il valore dei parametri reali a e b per cui la funzione $g(x) \doteq \begin{cases} b\sin(\pi x) + ax^3 & \text{per } x < 1 \\ -ax^3 + x^b & \text{per } x \ge 1 \end{cases}$ è continua e derivabile in $x_* = 1$ sono: $\boxed{a}$ $a = \frac{6}{\pi+2}$, $b = \frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $a = \frac{2}{\pi+1}$, $b = \frac{1}{2}$; $\boxtimes$ $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{\pi+1}$; $\boxed{d}$ $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{4}{\pi+2}$.

CALCOLO 1		2 settembre 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Il valore del parametro $\beta > 0$ per cui la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos(\sqrt{\beta}x)}{x^2} & \text{per } x > 0 \\ x^2 - \beta + 2 & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è continua in $x_0 = 0$ è: $\boxed{a}$ $\beta = 4/3$; $\boxed{b}$ $\beta = 2$; $\boxed{c}$ $\beta = 1/2$; $\boxed{d}$ $\beta = 1$.

2. Il valore dei parametri reali a e b per cui la funzione $g(x) = \begin{cases} b\cos(\frac{\pi}{2}x) + ax^2 & \text{per } x < 1 \\ -ax^2 + x^b & \text{per } x \geq 1 \end{cases}$ è continua e derivabile in $x_* = 1$ sono: $\boxed{a}$ $a = \frac{6}{\pi+2}$, $b = \frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $a = \frac{2}{\pi+1}$, $b = \frac{1}{2}$; $\boxed{c}$ $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{\pi+1}$; $\boxed{d}$ $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{4}{\pi+2}$.

3. $\int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\, e^{\sqrt{x}}\, dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{t}}\, e^t\, dt$; $\boxed{b}$ $2\int_0^2 \frac{t}{t+1}\, e^t\, dt$; $\boxed{c}$ $2\int_0^2 \frac{t^2}{t+1}\, e^t\, dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{t+\sqrt{t}}\, e^t\, dt$.

4. L'insieme dei valori del parametro reale $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\int_1^\infty \frac{(2x-1)\cos^2(1/x)}{3x^\alpha}\, dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha > 2$; $\boxed{b}$ $\alpha < 1$; $\boxed{c}$ $\alpha > 3$; $\boxed{d}$ $\alpha < 2$.

5. Sia f una funzione integrabile tale che $\int_{-1}^1 f(x)\, dx = 0$. Allora: $\boxed{a}$ $\int_0^1 f(-x)\, dx = -\int_0^1 f(x)\, dx$; $\boxed{b}$ $f(-x) = -f(x) \quad \forall x \in (0,1)$; $\boxed{c}$ $\int_0^1 f(-x)\, dx = \int_0^1 f(x)\, dx$; $\boxed{d}$ $\exists x \in (0,1)$ tale che $f(-x) = f(x)$.

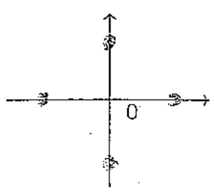
6. La serie $\sum_{n=1}^\infty \frac{n+2}{2n^2-1}$ è: $\boxed{a}$ né convergente né divergente; $\boxed{b}$ convergente; $\boxed{c}$ divergente a $+\infty$; $\boxed{d}$ divergente a $-\infty$.

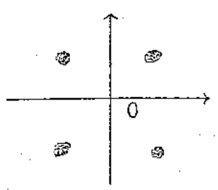
7. I punti di minimo assoluto e di massimo assoluto della funzione

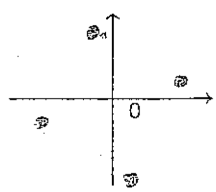
$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{per } -1 \leq x \leq 0 \\ 1 - 2x + 4x^4 & \text{per } 0 \leq x \leq 1 \end{cases},$$

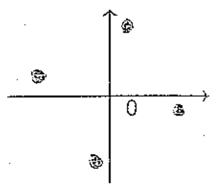
sono: $\boxed{a}$ min in $x = 1/2$, max in $x = -1$; $\boxed{b}$ min in $x = 1$, max in $x = -1$; $\boxed{c}$ min in $x = 1$, max in $x = 1/2$; $\boxed{d}$ min in $x = 1/2$, max in $x = 1$.

8. I numeri complessi $z = \sqrt[4]{2i}$ sono:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

CALCOLO 1		2 settembre 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10-n/2}{n^2+1}$ è: $\boxed{a}$ convergente; $\boxed{b}$ divergente a $+\infty$; $\boxtimes$ divergente a $-\infty$; $\boxed{d}$ né convergente né divergente.

2. $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}+1} e^{\sqrt{x}}\, dx =$ $\boxtimes$ $2\int_0^2 \frac{t}{t+1} e^t\, dt$; $\boxed{b}$ $2\int_0^2 \frac{t^2}{t+1} e^t\, dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{t+\sqrt{t}} e^t\, dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{t}} e^t\, dt$.

3. L'insieme dei valori del parametro reale $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\int_1^{\infty} \frac{2x^\alpha+1}{x^2 e^{1/x}}\, dx$ è convergente è: $\boxtimes$ $\alpha < 1$; $\boxed{b}$ $\alpha > 3$; $\boxed{c}$ $\alpha < 2$; $\boxed{d}$ $\alpha > 2$.

4. I punti di minimo assoluto e di massimo assoluto della funzione

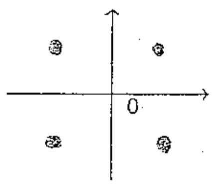
$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{per } -1 \le x \le 0 \\ 1 + 2x - 4x^4 & \text{per } 0 \le x \le 1 \end{cases},$$

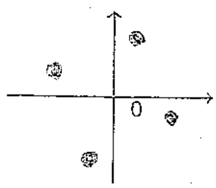
sono: $\boxtimes$ min in $x = 1$, max in $x = -1$; $\boxed{b}$ min in $x = 1$, max in $x = 1/2$; $\boxed{c}$ min in $x = 1/2$, max in $x = 1$; $\boxed{d}$ min in $x = 1/2$, max in $x = -1$.

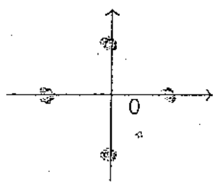
5. Il valore del parametro $\beta > 0$ per cui la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\beta x)}{x} & \text{per } x > 0 \\ \beta x + 2 & \text{per } x \le 0 \end{cases}$ è continua in $x_0 = 0$ è: $\boxtimes$ $\beta = 2$; $\boxed{b}$ $\beta = 1/2$; $\boxed{c}$ $\beta = 1$; $\boxed{d}$ $\beta = 4/3$.

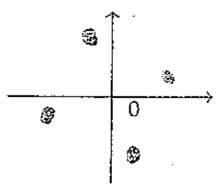
6. Il valore dei parametri reali a e b per cui la funzione $g(x) = \begin{cases} b\sin(\pi x) + ax^3 & \text{per } x < 1 \\ -ax^3 + x^b & \text{per } x \ge 1 \end{cases}$ è continua e derivabile in $x_* = 1$ sono: $\boxed{a}$ $a = \frac{2}{\pi+1}$, $b = \frac{1}{2}$; $\boxtimes$ $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{\pi+1}$; $\boxed{c}$ $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{4}{\pi+2}$; $\boxed{d}$ $a = \frac{6}{\pi+2}$, $b = \frac{1}{2}$.

7. I numeri complessi $z = \sqrt[4]{-2}$ sono:

$\boxtimes$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

8. Sia f una funzione integrabile tale che $\int_{-1}^{1} f(x)\, dx = 2\int_0^1 f(x)\, dx$. Allora: $\boxed{a}$ $f(-x) = f(x)\quad \forall x \in (0,1)$; $\boxtimes$ $\int_0^1 f(-x)\, dx = \int_0^1 f(x)\, dx$; $\boxed{c}$ $\exists x \in (0,1)$ tale che $f(-x) = -f(x)$; $\boxed{d}$ $\int_0^1 f(-x)\, dx = -\int_0^1 f(x)\, dx$.

CALCOLO 1		2 settembre 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. I punti di minimo assoluto e di massimo assoluto della funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{per } -1 \le x \le 0 \\ 1 + 2x - 4x^4 & \text{per } 0 \le x \le 1 \end{cases},$$

sono: $\boxtimes$ min in $x = 1$, max in $x = -1$; $\boxed{b}$ min in $x = 1$, max in $x = 1/2$; $\boxed{c}$ min in $x = 1/2$, max in $x = 1$; $\boxed{d}$ min in $x = 1/2$, max in $x = -1$.

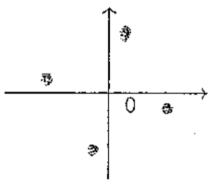
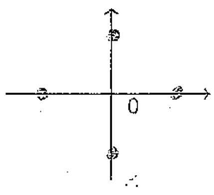
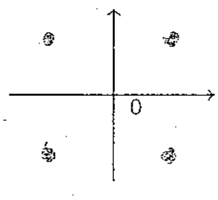
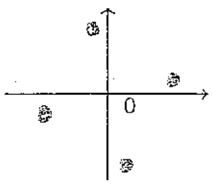
2. Sia f una funzione integrabile tale che $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 2\int_0^1 f(x)\,dx$. Allora: $\boxed{a}$ $f(-x) = f(x)$ $\forall x \in (0,1)$; $\boxtimes$ $\int_0^1 f(-x)\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx$; $\boxed{c}$ $\exists x \in (0,1)$ tale che $f(-x) = -f(x)$; $\boxed{d}$ $\int_0^1 f(-x)\,dx = -\int_0^1 f(x)\,dx$.

3. Il valore del parametro $\beta > 0$ per cui la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\beta x}-1}{x} & \text{per } x > 0 \\ 1 + \beta x^2 & \text{per } x \le 0 \end{cases}$ è continua in $x_0 = 0$ è: $\boxed{a}$ $\beta = 2$; $\boxed{b}$ $\beta = 1/2$; $\boxtimes$ $\beta = 1$; $\boxed{d}$ $\beta = 4/3$.

4. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10-n/2}{n^2+1}$ è: $\boxed{a}$ convergente; $\boxed{b}$ divergente a $+\infty$; $\boxtimes$ divergente a $-\infty$; $\boxed{d}$ né convergente né divergente.

5. L'insieme dei valori del parametro reale $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\int_1^{\infty} \frac{(2x-1)\cos^2(1/x)}{3x^{\alpha}}\,dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha < 1$; $\boxed{b}$ $\alpha > 3$; $\boxed{c}$ $\alpha < 2$; $\boxtimes$ $\alpha > 2$.

6. I numeri complessi $z = \sqrt[4]{-2}$ sono:

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxtimes$  ; $\boxed{d}$  .

7. Il valore dei parametri reali a e b per cui la funzione $g(x) = \begin{cases} b\cos(\frac{\pi}{2}x) + ax^2 & \text{per } x < 1 \\ -ax^2 + x^b & \text{per } x \ge 1 \end{cases}$ è continua e derivabile in $x_* = 1$ sono: $\boxed{a}$ $a = \frac{2}{\pi+1}$, $b = \frac{1}{2}$; $\boxed{b}$ $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{\pi+1}$; $\boxtimes$ $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{4}{\pi+2}$; $\boxed{d}$ $a = \frac{6}{\pi+2}$, $b = \frac{1}{2}$.

8. $\int_0^2 \frac{1}{x+1} e^{x^2}\,dx =$ $\boxed{a}$ $2\int_0^2 \frac{t}{t+1} e^t\,dt$; $\boxed{b}$ $2\int_0^2 \frac{t^2}{t+1} e^t\,dt$; $\boxtimes$ $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{t+\sqrt{t}} e^t\,dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{t}} e^t\,dt$.

CALCOLO 1		2 settembre 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

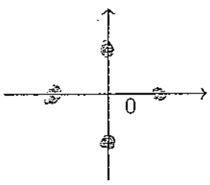
1. Sia f una funzione integrabile tale che $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 2\int_0^1 f(x)\,dx$. Allora: $\boxed{a}$ $\exists\, x \in (0,1)$ tale che $f(-x) = -f(x)$; $\boxed{b}$ $\int_0^1 f(-x)\,dx = -\int_0^1 f(x)\,dx$; $\boxed{c}$ $f(-x) = f(x) \quad \forall x \in (0,1)$; $\boxed{\times}$ $\int_0^1 f(-x)\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx$.

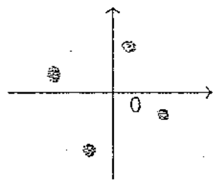
2. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^4+1}{2^n}$ è: $\boxed{a}$ divergente a $-\infty$; $\boxed{b}$ né convergente né divergente; $\boxed{\times}$ convergente; $\boxed{d}$ divergente a $+\infty$.

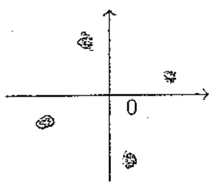
3. Il valore dei parametri reali a e b per cui la funzione $g(x) = \begin{cases} a\sin(\pi x) + bx^2 & \text{per } x < 1 \\ -bx^2 + x^a & \text{per } x \geq 1 \end{cases}$ è continua e derivabile in $x_* = 1$ sono: $\boxed{a}$ $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{4}{\pi+2}$; $\boxed{b}$ $a = \frac{6}{\pi+2}$, $b = \frac{1}{2}$; $\boxed{\times}$ $a = \frac{2}{\pi+1}$, $b = \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{\pi+1}$.

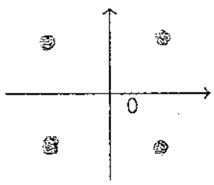
4. $\int_0^2 \frac{x}{x+1} e^{x^2}\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{t+\sqrt{t}} e^t\,dt$; $\boxed{\times}$ $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{t}} e^t\,dt$; $\boxed{c}$ $2\int_0^2 \frac{t}{t+1} e^t\,dt$; $\boxed{d}$ $2\int_0^2 \frac{t^2}{t+1} e^t\,dt$.

5. I numeri complessi $z = \sqrt[4]{3}$ sono:

$\boxed{\times}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

6. Il valore del parametro $\beta > 0$ per cui la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+\beta x)}{x} & \text{per } x > 0 \\ 2x^2 + 1 - \beta & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è continua in $x_0 = 0$ è: $\boxed{a}$ $\beta = 1$; $\boxed{b}$ $\beta = 4/3$; $\boxed{c}$ $\beta = 2$; $\boxed{\times}$ $\beta = 1/2$.

7. L'insieme dei valori del parametro reale $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\int_1^{\infty} \frac{3x^\alpha - 1}{x^3 \cos^2(1/x)}\,dx$ è convergente è: $\boxed{\times}$ $\alpha < 2$; $\boxed{b}$ $\alpha > 2$; $\boxed{c}$ $\alpha < 1$; $\boxed{d}$ $\alpha > 3$.

8. I punti di minimo assoluto e di massimo assoluto della funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{per } -1 \leq x \leq 0 \\ 1 + 6x - 12x^4 & \text{per } 0 \leq x \leq 1 \end{cases},$$

sono: $\boxed{a}$ min in $x = 1/2$, max in $x = 1$; $\boxed{b}$ min in $x = 1/2$, max in $x = -1$; $\boxed{c}$ min in $x = 1$, max in $x = -1$; $\boxed{\times}$ min in $x = 1$, max in $x = 1/2$.

CALCOLO 1		2 settembre 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Il valore dei parametri reali a e b per cui la funzione $g(x) = \begin{cases} a\cos(\frac{\pi}{2}x) + bx^3 & \text{per } x < 1 \\ -bx^3 + x^a & \text{per } x \geq 1 \end{cases}$ è continua e derivabile in $x_* = 1$ sono: $\boxed{a}$ $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{\pi+1}$; $\boxed{b}$ $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{4}{\pi+2}$; $\boxtimes$ $a = \frac{6}{\pi+2}$, $b = \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $a = \frac{2}{\pi+1}$, $b = \frac{1}{2}$.

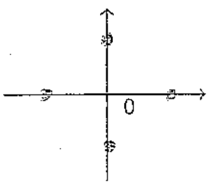
2. L'insieme dei valori del parametro reale $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\int_1^\infty \frac{(x^2-1)e^{-1/x}}{3x^\alpha}\,dx$ è convergente è: $\boxtimes$ $\alpha > 3$; $\boxed{b}$ $\alpha < 2$; $\boxed{c}$ $\alpha > 2$; $\boxed{d}$ $\alpha < 1$.

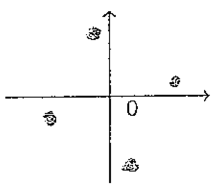
3. I punti di minimo assoluto e di massimo assoluto della funzione

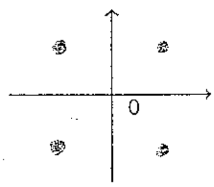
$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{per } -1 \leq x \leq 0 \\ 1 - x + 2x^4 & \text{per } 0 \leq x \leq 1 \end{cases},$$

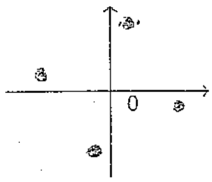
sono: $\boxed{a}$ min in $x = 1$, max in $x = 1/2$; $\boxed{b}$ min in $x = 1/2$, max in $x = 1$; $\boxtimes$ min in $x = 1/2$, max in $x = -1$; $\boxed{d}$ min in $x = 1$, max in $x = -1$.

4. I numeri complessi $z = \sqrt[4]{-3i}$ sono:

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxtimes$ 

.

5. La serie $\sum_{n=1}^\infty (-1)^n \frac{1}{2-3n}$ è: $\boxed{a}$ divergente a $+\infty$; $\boxed{b}$ divergente a $-\infty$; $\boxed{c}$ né convergente né divergente; $\boxtimes$ convergente.

6. $\int_0^2 \frac{1}{x+1} e^{x^2}\,dx =$ $\boxed{a}$ $2\int_0^2 \frac{t^2}{t+1} e^t\,dt$; $\boxtimes$ $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{t+\sqrt{t}} e^t\,dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{t}} e^t\,dt$; $\boxed{d}$ $2\int_0^2 \frac{t}{t+1} e^t\,dt$.

7. Sia f una funzione integrabile tale che $\int_{-1}^1 f(x)\,dx = 0$. Allora: $\boxed{a}$ $\int_0^1 f(-x)\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx$; $\boxed{b}$ $\exists\, x \in (0,1)$ tale che $f(-x) = f(x)$; $\boxtimes$ $\int_0^1 f(-x)\,dx = -\int_0^1 f(x)\,dx$; $\boxed{d}$ $f(-x) = -f(x) \quad \forall x \in (0,1)$.

8. Il valore del parametro $\beta > 0$ per cui la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\beta x}-1}{x} & \text{per } x > 0 \\ 1 + \beta x^2 & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è continua in $x_0 = 0$ è: $\boxed{a}$ $\beta = 1/2$; $\boxtimes$ $\beta = 1$; $\boxed{c}$ $\beta = 4/3$; $\boxed{d}$ $\beta = 2$.

CALCOLO 1		2 settembre 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

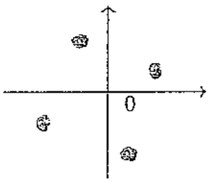
1. $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}+1}\, e^{\sqrt{x}}\, dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{t+\sqrt{t}}\, e^t\, dt$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{t}}\, e^t\, dt$; $\boxtimes$ $2\int_0^2 \frac{t}{t+1}\, e^t\, dt$; $\boxed{d}$ $2\int_0^2 \frac{t^2}{t+1}\, e^t\, dt$.

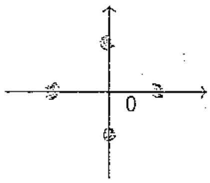
2. I punti di minimo assoluto e di massimo assoluto della funzione

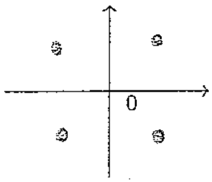
$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{per } -1 \le x \le 0 \\ 1 + 6x - 12x^4 & \text{per } 0 \le x \le 1 \end{cases},$$

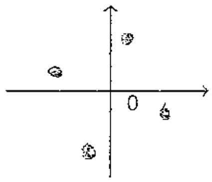
sono: $\boxed{a}$ min in $x = 1/2$, max in $x = 1$; $\boxed{b}$ min in $x = 1/2$, max in $x = -1$; $\boxed{c}$ min in $x = 1$, max in $x = -1$; $\boxtimes$ min in $x = 1$, max in $x = 1/2$.

3. I numeri complessi $z = \sqrt[4]{2i}$ sono:

$\boxtimes$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

4. Sia f una funzione integrabile tale che $\int_{-1}^1 f(x)\, dx = 2\int_0^1 f(x)\, dx$. Allora: $\boxed{a}$ $\exists x \in (0,1)$ tale che $f(-x) = -f(x)$; $\boxed{b}$ $\int_0^1 f(-x)\, dx = -\int_0^1 f(x)\, dx$; $\boxed{c}$ $f(-x) = f(x) \quad \forall x \in (0,1)$; $\boxtimes$ $\int_0^1 f(-x)\, dx = \int_0^1 f(x)\, dx$.

5. Il valore dei parametri reali a e b per cui la funzione $g(x) = \begin{cases} a\sin(\pi x) + bx^2 & \text{per } x < 1 \\ -bx^2 + x^a & \text{per } x \ge 1 \end{cases}$ è continua e derivabile in $x_* = 1$ sono: $\boxed{a}$ $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{4}{\pi+2}$; $\boxed{b}$ $a = \frac{6}{\pi+2}$, $b = \frac{1}{2}$; $\boxtimes$ $a = \frac{2}{\pi+1}$, $b = \frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{\pi+1}$.

6. L'insieme dei valori del parametro reale $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\int_1^\infty \frac{2x^\alpha+1}{x^2 e^{1/x}}\, dx$ è convergente è: $\boxed{a}$ $\alpha < 2$; $\boxed{b}$ $\alpha > 2$; $\boxtimes$ $\alpha < 1$; $\boxed{d}$ $\alpha > 3$.

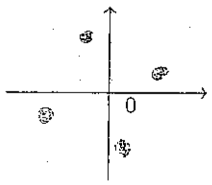
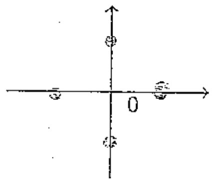
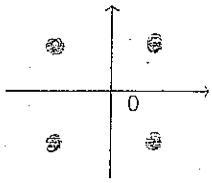
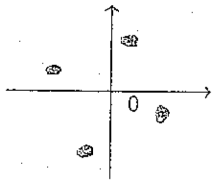
7. Il valore del parametro $\beta > 0$ per cui la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\beta x)}{x} & \text{per } x > 0 \\ \beta x + 2 & \text{per } x \le 0 \end{cases}$ è continua in $x_0 = 0$ è: $\boxed{a}$ $\beta = 1$; $\boxed{b}$ $\beta = 4/3$; $\boxtimes$ $\beta = 2$; $\boxed{d}$ $\beta = 1/2$.

8. La serie $\sum_{n=1}^\infty (-1)^n \frac{1}{2-3n}$ è: $\boxed{a}$ divergente a $-\infty$; $\boxed{b}$ né convergente né divergente; $\boxtimes$ convergente; $\boxed{d}$ divergente a $+\infty$.

CALCOLO 1		2 settembre 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. I numeri complessi $z = \sqrt[4]{3}$ sono:

[a]  ; [X]  ; [c]  ; [d]  .

2. Il valore del parametro $\beta > 0$ per cui la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos(\sqrt{\beta}x)}{x^2} & \text{per } x > 0 \\ x^2 - \beta + 2 & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è continua in $x_0 = 0$ è: [a] $\beta = 1/2$; [b] $\beta = 1$; [X] $\beta = 4/3$; [d] $\beta = 2$.

3. La serie $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^4+1}{2^n}$ è: [a] divergente a $+\infty$; [b] divergente a $-\infty$; [c] né convergente né divergente; [X] convergente.

4. Il valore dei parametri reali a e b per cui la funzione $g(x) = \begin{cases} a\cos(\frac{\pi}{2}x) + bx^3 & \text{per } x < 1 \\ -bx^3 + x^a & \text{per } x \geq 1 \end{cases}$ è continua e derivabile in $x_* = 1$ sono: [a] $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{\pi+1}$; [b] $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{4}{\pi+2}$; [X] $a = \frac{6}{\pi+2}$, $b = \frac{1}{2}$; [d] $a = \frac{2}{\pi+1}$, $b = \frac{1}{2}$.

5. I punti di minimo assoluto e di massimo assoluto della funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{per } -1 \leq x \leq 0 \\ 1 - x + 2x^4 & \text{per } 0 \leq x \leq 1 \end{cases},$$

sono: [a] min in $x = 1$, max in $x = 1/2$; [b] min in $x = 1/2$, max in $x = 1$; [X] min in $x = 1/2$, max in $x = -1$; [d] min in $x = 1$, max in $x = -1$.

6. Sia f una funzione integrabile tale che $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 0$. Allora: [a] $\int_0^1 f(-x)\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx$; [b] $\exists x \in (0,1)$ tale che $f(-x) = f(x)$; [X] $\int_0^1 f(-x)\,dx = -\int_0^1 f(x)\,dx$; [d] $f(-x) = -f(x) \quad \forall x \in (0,1)$.

7. $\int_0^2 \frac{x}{x+1} e^{x^2}\,dx =$ [a] $2\int_0^2 \frac{t^2}{t+1} e^t\,dt$; [b] $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{t+\sqrt{t}} e^t\,dt$; [X] $\frac{1}{2}\int_0^4 \frac{1}{1+\sqrt{t}} e^t\,dt$; [d] $2\int_0^2 \frac{t}{t+1} e^t\,dt$.

8. L'insieme dei valori del parametro reale $\alpha > 0$ per cui l'integrale $\int_1^{\infty} \frac{3x^{\alpha}-1}{x^3\cos^2(1/x)}\,dx$ è convergente è: [a] $\alpha > 3$; [X] $\alpha < 2$; [c] $\alpha > 2$; [d] $\alpha < 1$.

CALCOLO I	2 settembre 2008

1. (6 punti)
Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' - 8y = 2e^{-4x} \\ y(0) = -1 \\ y'(0) = 1 \,. \end{cases}$$

Soluzione dell'omogenea: il polinomio associato è r^2+2r-8, per cui

$$r^2+2r-8=0 \quad \text{per} \quad r = -1 \mp \sqrt{1+8} = -1 \mp 3 = \begin{cases} -4 \\ 2 \end{cases},$$

e la soluzione è

$$y_0(x) = c_1 e^{-4x} + c_2 e^{2x}.$$

Soluzione della non-omogenea: siccome il termine $2e^{-4x}$ è soluzione della omogenea, si prova con $y_*(x) = Axe^{-4x}$.

Si ha

$$y_*'(x) = -4Axe^{-4x} + Ae^{-4x} \quad ; \quad y_*''(x) = 16Axe^{-4x} - 4Ae^{-4x} - 4Ae^{-4x} = 16Axe^{-4x} - 8Ae^{-4x},$$

per cui

$$y_*'' + 2y_*' - 8y_* = 16A\cancel{x}e^{-4x} - 8Ae^{-4x} - 8A\cancel{x}e^{-4x} + 2Ae^{-4x} - 8A\cancel{x}e^{-4x} = -6Ae^{-4x}, \text{ che deve essere } = 2e^{-4x}.$$

Quindi $-6A = 2$, $A = -1/3$.

La soluzione generale è quindi $y(x) = c_1e^{-4x} + c_2e^{2x} - 1/3\, xe^{-4x}$, e imponendo i dati di Cauchy si ha:

$$\begin{cases} -1 = y(0) = c_1 + c_2 \\ 1 = y'(x)_{|x=0} = \left[-4c_1e^{-4x} + 2c_2e^{2x} - \frac{1}{3}e^{-4x} + \frac{4}{3}xe^{-4x}\right]_{|x=0} = \\ \qquad = -4c_1 + 2c_2 - 1/3, \end{cases}$$

quindi $c_1 = -1 - c_2$, e

$$-4(-1-c_2) + 2c_2 = 4/3 \iff 6c_2 = -8/3 \iff c_2 = -4/9,$$

per cui $c_1 = -1 + 4/9 = -5/9$.

La soluzione è

$$y(x) = -5/9\, e^{-4x} - 4/9\, e^{2x} - \frac{1}{3}xe^{-4x}.$$

CALCOLO I	2 settembre 2008

2. (6 punti)
Si calcoli l'integrale
$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left(\frac{\sin x\cos x}{(2+\sin x)^2}-3x\cos(4x)\right)\,dx\,.$$

Calcoliamo per primo

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{\sin x\ \cos x}{(2+\sin x)^2}\,dx \underset{\downarrow}{=} \int_{-1}^{1}\frac{t}{(2+t)^2}\,dt=\int_{-1}^{1}\frac{t+2-2}{(t+2)^2}\,dt=\int_{-1}^{1}\frac{1}{t+2}\,dt-2\int_{-1}^{1}\frac{1}{(t+2)^2}\,dt=$$

$\sin x=t$
$\cos x\,dx=dt$
$x=-\pi/2\longrightarrow t=-1$
$x=\pi/2\longrightarrow t=1$

$$=\left(\log|t+2|+\frac{2}{t+2}\right)\Big|_{-1}^{1}=\log 3+\frac{2}{3}-2=\log 3-4/3\,.$$

La funzione $-3x\cos(4x)$ è <u>dispari</u>, dunque

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2}-3x\cos(4x)\,dx=0\,.$$

[Se propio si vogliono fare i conti: per parti

$$-3\int_{-\pi/2}^{\pi/2}x\cos(4x)\,dx=-3\left[x\frac{1}{4}\,\mathrm{sen}\,(4x)\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2}-\frac{1}{4}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\mathrm{sen}(4x)dx\right]=$$

$$=-3\left[x\,\frac{1}{4}\,\mathrm{sen}(4x)+\frac{1}{16}\cos(4x)\right]\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2}=-\frac{3}{16}\left[\cos(2\pi)-\cos(-2\pi)\right]=$$

$$=-\frac{3}{16}(1-1)=0\,.$$]

3. (6 punti)
Si calcoli
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2x(3x^2+1)\log(1+2/x^2)-4x}{(x+1)e^{-1/x}}.$$

Siccome $\log(1+t) \sim t$ per $t \to 0$, ho $\log(1+2/x^2) \sim 2/x^2$ per $x \to +\infty$.
Quindi, raccogliendo al numeratore il fattore $2x$:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2x(3x^2+1)\log(1+2/x^2)-4x}{(x+1)e^{-1/x}} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{e^{-1/x}} \cdot \lim_{x\to+\infty} \frac{2x}{x+1} \cdot \lim_{x\to+\infty} \left[(3x^2+1)\log(1+2/x^2)-2\right] =$$

$$= 1 \cdot 2 \cdot \left\{\lim_{x\to+\infty} \left[(3x^2+1)\log\left(1+\frac{2}{x^2}\right)\right] - 2\right\} = \left[\text{qui uso } \log\left(1+\frac{2}{x^2}\right) \sim \frac{2}{x^2}\right]$$

$$= 2 \cdot \left\{\lim_{x\to+\infty} \left[(3x^2+1)\cdot\frac{2}{x^2}\right] - 2\right\} = 2\cdot[6-2] = 8,$$

avendo ovviamente ~~tenuto~~ conto del fatto che:

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{e^{-1/x}} = e^0 = 1,$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2x}{x+1} = 2,$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2(3x^2+1)}{x^2} = 6.$$